

Föreläsning 4.

Maxwell-Boltzmanns fördelning-funktion.

medelhast.

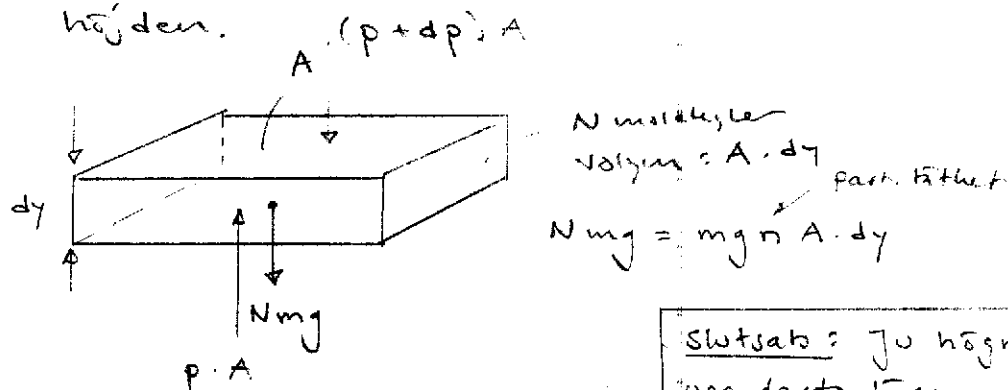
I samband med stöttalet lärde vi oss att $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m_{\text{molekyl}}}}$

En av "höjdpunkterna" i denna kurs är när vi kan bevisa detta. För att komma dit behöver vi två nya begrepp: tillståndstäthet för en partikulär fördelning-funktioner.

Tillståndstätheten anger hur många platser det, i fallet med molekylhastigheter, det finns per hastighetsintervall. Fördelning-funktionen anger sannolikheten för att en sådan plats ska vara besatt. Produkten av tillståndstäthet och fördelning-funktion anger hur många molekyler som har en viss hastighet.

För att få en känsla för fördelning-funktionen studerar vi hur lufttrycket (och därmed partikeltätheten) varierar med höjden över marken. Vi gör detta under förenklingen att T är oberoende av höjden.

Atmosfärlager i vila:



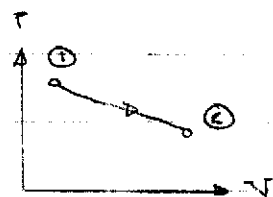
Jämnvikt: $\uparrow = \downarrow$ dvs $pA = (p+dp)A + Nmg$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{mgn}{kT} dy \quad \text{men } p = n k T$$

$$\Rightarrow n(y) = n_0 e^{-mgy/kT}$$

Slutsats: Ju högre upp desto lägre partikeltäthet. Eller: Ju högre potentiell energi, desto färre part. $n = n_0 e^{-E_{\text{pot}}/kT}$

Kretsprocesser.

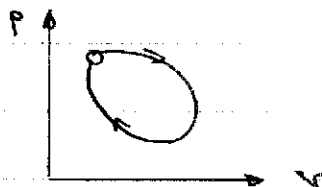


När vi förbinder ① med ②

med en linje betyder detta att gasens tryck, volym och temp. är väldefinierad i varje ögonblick. Detta är en av förutsättningarna för att processen ska vara reversibel. Nedan förutsätter vi att processerna är reversibla, och återkommer till irreversibla processer senare.

I en kretsprocess är begynnelse- och sluttillstånd desamma. $\Delta U = 0$.

För att få gasen att göra ett sådant varv kommer



följande storheter att uppträda = Tillförd värme (Q_{tillf})

Avgiven värme (Q_{avg})

Av gasen utfört arbete (W_{pos})

På gasen utfört arbete (W_{neg})

$$W_{\text{netto}} = W_{\text{pos}} + W_{\text{neg}}$$

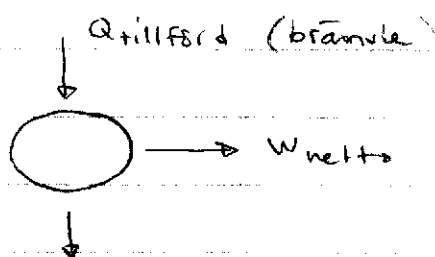
Från detta kan den termiska verkningsgraden e bestämmas

$$e \equiv \frac{W_{\text{netto}}}{Q_{\text{tillf}}}$$

I värmemaskiner sker exp. vid hög T medan kompressionen görs vid låga T .

$$\Rightarrow W_{\text{netto}} > 0$$

Schematiskt



$$\Delta U = 0$$

$$\Rightarrow W_{\text{netto}} = Q_{\text{tillf}} + Q_{\text{bortf.}} \quad Q_{\text{bortf.}} \text{ (spillvärme)}$$

ex. $Q_{\text{tillf}} = 5 \text{ J}$

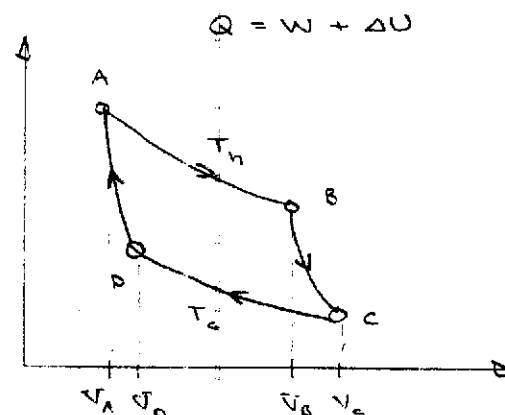
$Q_{\text{bortf.}} = -2 \text{ J}$

$\Rightarrow W_{\text{netto}} = 3 \text{ J}$

$e = \frac{3}{5} = 60\%$

Carnotprocessen - ideal kretsprocess.

- $A \rightarrow B$: Isoterm exp. vid T_h
 $B \rightarrow C$: Adiabatisk exp.
 $C \rightarrow D$: Isoterm kompr. vid T_c
 $D \rightarrow A$: Adiabatisk kompr.



Beräkna verkn. graden ϵ !

$A \rightarrow B$: $W_{AB} = n'RT_h \ln \frac{V_B}{V_A} = Q_{AB} > 0$
 (isoterm)

$B \rightarrow C$: $\Delta U_{BC} = n'c_v(T_c - T_h)$, $W_{BC} = -\Delta U_{BC} = n'c_v(T_h - T_c)$
 (adiabat) $Q=0$ $W_{BC} > 0$

$C \rightarrow D$: $W_{CD} = n'RT_c \ln \frac{V_D}{V_C} = Q_{CD} < 0$
 (isoterm)

$D \rightarrow A$: $W_{DA} = n'c_v(T_c - T_h) < 0$
 (adiabat) $Q=0$

$W_{DA} = -W_{BC}$

$W_{netto} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA} = W_{AB} + W_{CD} =$
 $= n'RT_h \ln \frac{V_B}{V_A} + n'RT_c \ln \frac{V_D}{V_C}$

Men för en adiabat gäller: $pV^\gamma = \text{konst} \Rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{konst}$
 Här:

$$\left. \begin{aligned} T_h V_B^{\gamma-1} &= T_c V_C^{\gamma-1} \\ T_h V_A^{\gamma-1} &= T_c V_D^{\gamma-1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

$W_{netto} = n'RT_h \ln \frac{V_B}{V_A} - n'RT_c \ln \frac{V_B}{V_A}$

$$Q_{\text{hillf}} = Q_{AB} = nRT_h \ln \frac{V_B}{V_A}$$

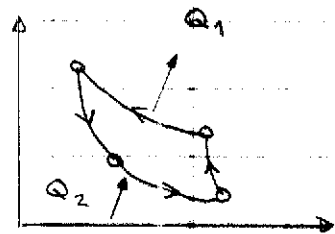
$$\therefore e = \frac{W_{\text{netto}}}{Q_{\text{hillf}}} = \frac{T_h - T_c}{T_h} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

Obs att detta enkla uttryck för e endast gäller Carnotprocessen.

(På övningen räknar § 39 som är en process som är en idealiserad direktmotorprocess. Ex. 22.7 i boken, bussen.)

Kylmaskiner: - kylskåp, värmepumpar (två sidor av samma sak)
expandera kall gas, komprimera varm gas!

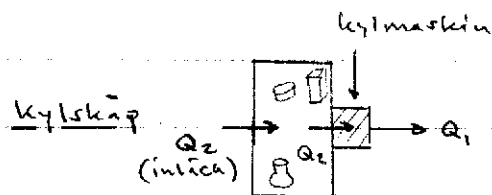
Exempel: Carnotprocessen baklänges.



Resultat: Värmetransport mot naturen - lagarna

Pris: Tillför arbete! W kompressorn i kylskåpet, värmepumpen

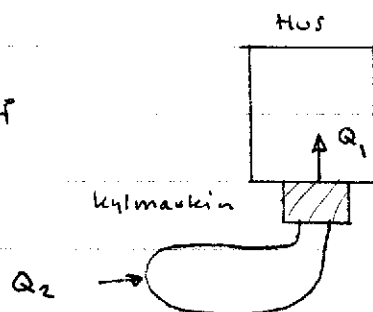
Effektivitet: olika definition beroende av vad vi har för huvudsyfte med kylmaskinen



Huvudintresse: balansera Q_2

$$\text{köldfaktor: } e_k \equiv \frac{Q_2}{W} > 1$$

Värmepump



Huvudintresse: Q_1

$$\text{värmefaktor: } e_v \equiv \frac{Q_1}{W} > 1$$

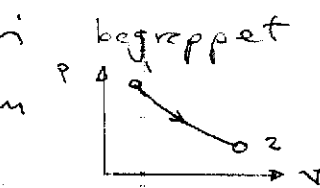
Entropi.

Vilka processer sker spontant i naturen?

Första huvudsatsen är inte tillräcklig för att svara på det.

För isolerade system gäller att de strävar mot högre grad av oordning.

För matematisk beskrivning inför vi entropi S . Ökad oordning $\Rightarrow$ större S om för en reversibel process gäller:

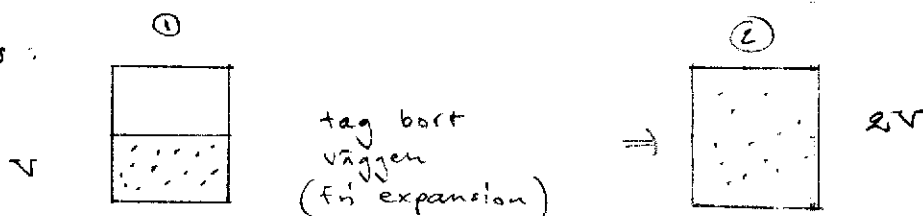


$$dS = \frac{dQ}{T}$$

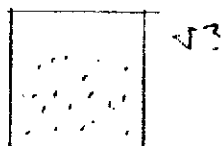
Man kan visa att $\Delta S = \int dS$ är

oberoende av vägen mellan ① och ②. S är en Hillståndsvariabel (såsom p, T, V men inte $W, Q \dots$)

Konsekvens:



ΔS beror endast av begynnelse- och sluttilstånd.
Beräkna ΔS mha en isoterma reversibel övergång mellan ① och ② trots att det verkliga förloppet inte är reversibelt (p, V är inte väldefinierade ex. strax efter det att väggen tagits bort.)

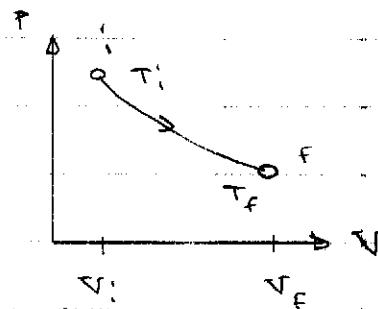


Termodynamikens 2:a huvudsats:

För ett isolerat system gäller: $dS \geq 0$

Entropiändring för en ideal gas som undergår en reversibel process:

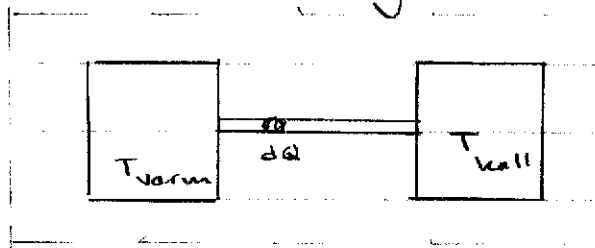
$$\begin{aligned} dQ &= dU + p dV = \\ &= n' C_v dT + n' R T \frac{dV}{V} \end{aligned}$$



$$\Rightarrow \frac{dQ}{T} = n' C_v \frac{dT}{T} + n' R \frac{dV}{V}$$

$$\Delta S = \int_i^f dS = n' C_v \ln \frac{T_f}{T_i} + n' R \ln \frac{V_f}{V_i}$$

Ex. Värmeledning



Isolering från omgivningen

$$dS_{\text{varm}} = - \frac{dQ}{T_{\text{varm}}}$$

$$dS_{\text{kall}} = + \frac{dQ}{T_{\text{kall}}}$$

$$dS_{\text{tot}} = dS_{\text{varm}} + dS_{\text{kall}} = dQ \left[\frac{1}{T_{\text{kall}}} - \frac{1}{T_{\text{varm}}} \right] =$$

$$= dQ \frac{T_{\text{varm}} - T_{\text{kall}}}{T_{\text{kall}} \cdot T_{\text{varm}}} > 0$$