

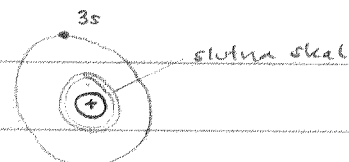
Föreläsning 11.

Fasta tillståndets fysik.

Som exempel på ett fast ämne ska vi välja Na, inte särskilt praktiskt använt, men ett bra ur pedagogisk synpunkt.

Na: $1s^2 2s^2 2p^6 3s$
slutna skal

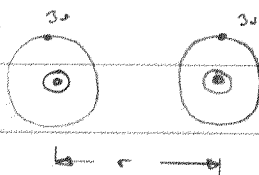
enkel bild. av Na-atom:



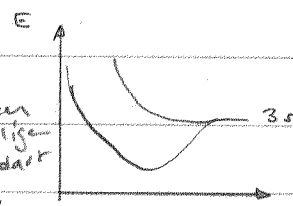
Na-metall innehåller $\approx 10^{28}$ atomer per m^3

Bilda Na-metall i steg:

2 atomer:



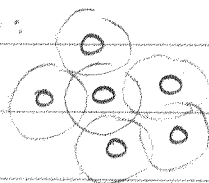
Obs!
Beteckningen
3s är egentligen
tillämp. endast
för atom.



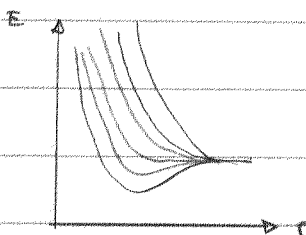
stort avstånd inget överlapp mellan 3s-vågfunktionerna
∴ ingen splitting.

minskande avstånd: överlapp
∴ splitting av 3s-nivåerna
pga mer komplic. potential
Dock rymmer det låga klot.
2 elektroner (↑↓)

6 atomer:

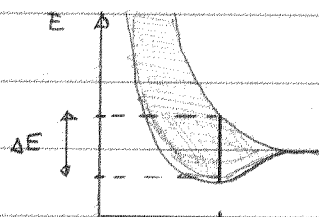


3s-elektronerna
"glömmar" från
vilken atom de
härstammar.



Six nivåer
De tre nedersta ockuperas

många atomer:



Kvasi-kontinuerligt.
För givet atomavstånd
mellan näraste grannar
finns flera. Lätt skr. elns
inom ΔE.
Halva detta band är
ockuperat av elektroner.

Den samlade mängden av 3s-elektroner rör sig i en potential som ges av jonerna.

Tidigare har vi studerat frielektronigasen och man kan teoretiskt beräkna ett antal fysikaliska egenskaper som en sådan har såsom E_F , elektrisk och termisk ledningsförmåga, specifikt värme.

En jämförelse med experimentella resultat ger ett en hel del metaller går att beskriva med hjälp av frielektronmodellen.

Exempel på detta är: Na, K, Al, Pb ... enkla metaller med slutna skal innanför valenselektronen.

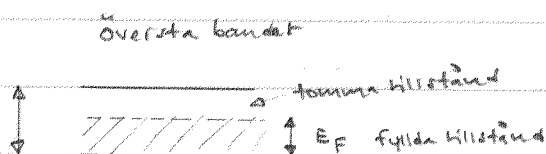
Av de 92 naturliga elementen är 62 metaller och av dessa är 20 enla. De 40 andra är s.k. övergångsmetaller med mer än ett ofyllt skal: ex Fe, W, Ni ...

Metaller karakteriseras av: god elektrisk och termisk ledn. förm., ogenomskinlighet, hög reflektans, mekanisk elasticitet.

Isamtliga dessa fall är det förekomsten av lätttränga elektroner som är förklaringen, men vad är orsaken till att det finns lätttränga elektroner i vissa material och inte i andra?

Schematisk bild.

$T=0$



Metall

$T=0$

Översta bandet
som
är ockuperat

E

Isolator/halvledare (ingen principiell skillnad mellan dessa)

tomma tillstånd: ledningsband

bandgap = energiområde där det inte finns några tillåtna tillstånd (0,1-10 eV)

helt fyllt band: valensband

Lättträngighet hos elektronerna kräver att det finns tomma (tillåtna) tillstånd infinitesimalt nära de ockuperade tillstånden.

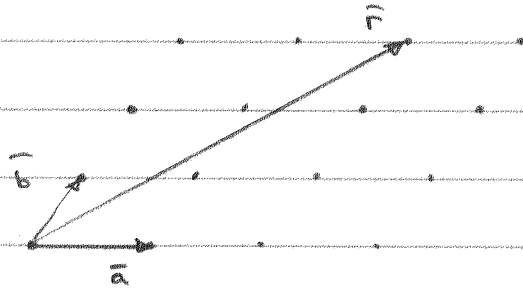
I frielektronmodellen kan inte bandgap finnas. Visserligen är de tillåtna energinivåerna diskreta, men vid makroskopiska utsträckningar (L_x, y, z) är energiförändringar mellan närbelägna tillstånd mycket liten.

Bandgap kan förklaras med att ta hänsyn till att elektronerna känner av den periodiska potential som jonerna ger upphov till. Atomstrukturen studeras i kristallografi.

Kristallografi. Kristallstruktur = gitter + bas.

Gitter = en oändlig uppsättning punkter arrangerad så att varje punkt har identisk omgivning.

2 dim:



$$\vec{r} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b}$$

n_1 och n_2 är heltal

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ är basvektorer.

3 dim: $\vec{r} = n_1 \vec{a} + n_2 \vec{b} + n_3 \vec{c}$

Det finns 14 olika sätt att arrangera identiska punkter.

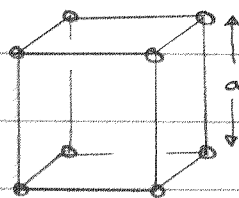
Man talar om 14 Bravaisgitter.

Kubiska gitter är vanliga och enkla.

Tre typer:

1) enkelt kubiskt gitter (sc.)

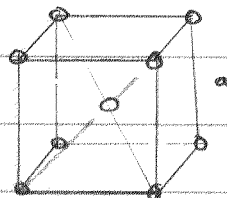
enhetcell



kubkant a = gitterkonstant

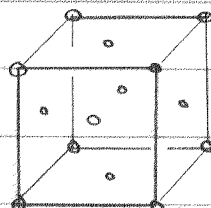
$$8 \cdot \frac{1}{8} = 1 \text{ gitterpunkt i varje enhetscell.}$$

2) rymdcentrerat kubiskt gitter (bcc)



$$8 \cdot \frac{1}{8} + 1 = 2 \text{ gitterpunkter i varje enhetscell.}$$

3) ytcentrerat kubiskt gitter (fcc)



$$8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2} = 4 \text{ gitterpunkter i varje enhetscell.}$$

Kristallstrukturen får man genom att tillordna varje gitterpunkt en eller flera atomer.

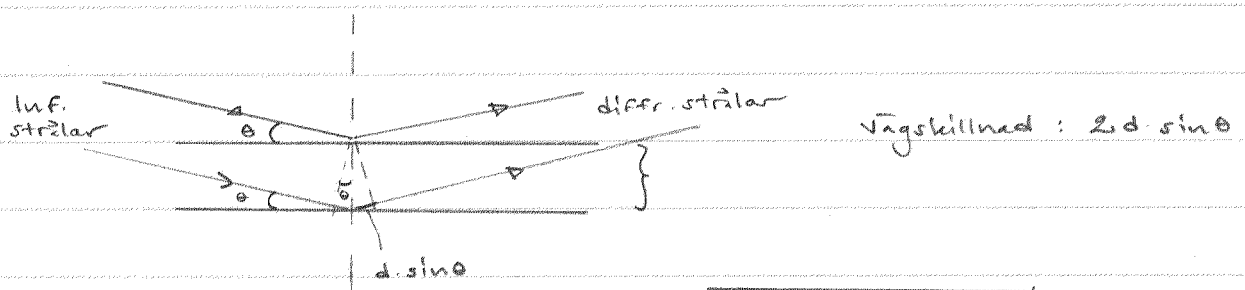
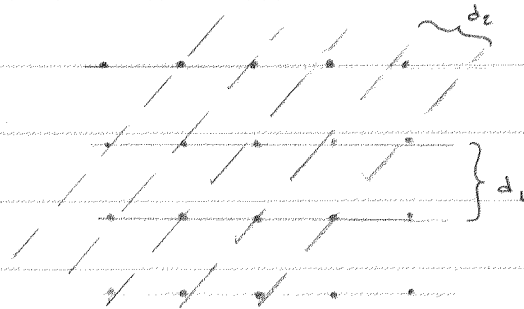
(4)

Hur bestämmer man kristallstruktur och gitterkonstanter?

Med diffraktionsexperiment, a är av storleksordningen $5\text{\AA}$ vilket innebär att den diffrakterande våglängden λ ska vara röntgenvåglängder.



Till skillnad från vad vi är van vid från optiken är det diffrakterande provet tredimensionellt. Atomerna sprider den infällande röntgenstrålningen. Man kan uppfatta detta som om provet bestod av ett antal delvis genomskinliga speglar.



Villkor för konstruktiv interferens:

$$2d \cdot \sin \theta = n\lambda \quad (\text{Braggs lag})$$

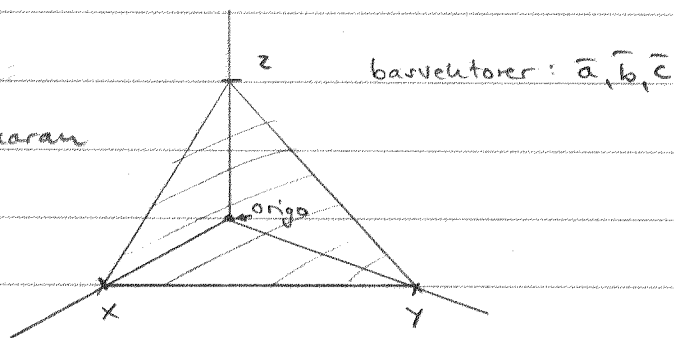
En fiffig metod för att bestämma d för olika plankaror är att definiera plankarans Millerindex.

Vi kan skriva om Braggs lag på följande form av skill som framgår senare

$$2 \frac{d}{n} \cdot \sin \theta = \lambda$$

Millerindex (hkl)

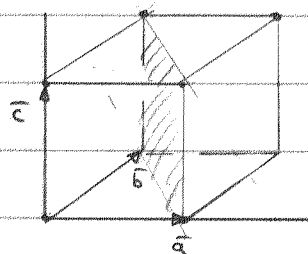
- 1) studera två närbelägna plan i plancharan
- 2) Placera origo i det "bakre" planet
- 3) Bestäm skärningspunkterna x & y för det andra planet
- 4) Bestäm $\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}$
- 5) Invertera: $\frac{a}{x}, \frac{b}{y}, \frac{c}{z}$
- 6) Multiplicera med minsta gemensamma nämnare $\Rightarrow h, k, l$ (heltal)



exempel

skärningspunkter 1, 1, ∞

invertera: 1, 1, 0

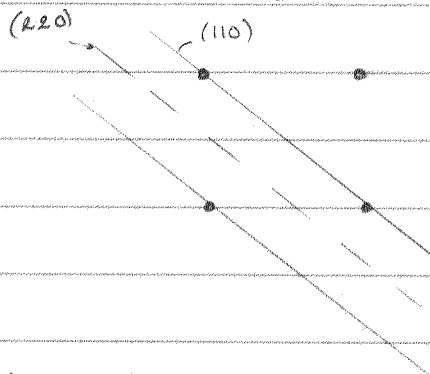
 $\therefore (hkl) = (110)$ 

Allt detta "krångel" leder till beteckningen (kubiska gitter)

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$$

d_{hkl} = avståndet mellan närbelägna plan i plancharan med Millerindex (hkl)

I strukturen ovan ser vi om vi betraktar längs $-c$:



Det är uppenbart att det inte finns någon (220)-planchara eftersom denna inte går igenom några gitterpunkter. Vi kan dock bygga in interferens av högre ordning n i Braggs lag genom att ersätta d med $\frac{d}{n}$.

$$2d_{110} \cdot \sin\theta = 2\lambda$$

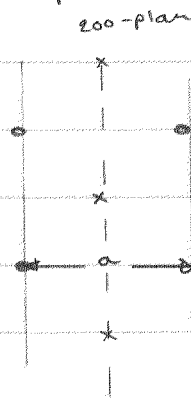
$$\Rightarrow 2 \frac{d_{110}}{2} \cdot \sin\theta = \lambda \Rightarrow 2d_{220} \cdot \sin\theta = \lambda$$

⑥

Om vi tar hänsyn till möjligheten att bygga in interferens av högre ordning i d hkl så är alla kombinationer av hkl tillåtna i en enkel kubisk struktur.

Detta är inte fallet i mer komplicerade strukturer såsom bcc- och fcc-strukturer.

bcc sedd från ovan:



100-plan

Någon planskara där avstt. mellan närbelägna plan är så stor som a finns i k. "Centrumenergi" x

kilar in en planskara mitt emellan (100)-planen,

Detta geometriska faktum kan uttryckas med hjälp av den

s.k. strukturfaktorn. Den ger att

bcc: $h+k+l$ måste vara ett jämnt tal

fcc: hkl måste vara alla udda eller alla jämna.

Nu har vi kunskap för att förstå principerna för hur man experimentellt bestämmer kristallstruktur med hjälp av diffraktionsexperiment. Förutom röntgenstrålning kan man använda elektroner eller neutroner.

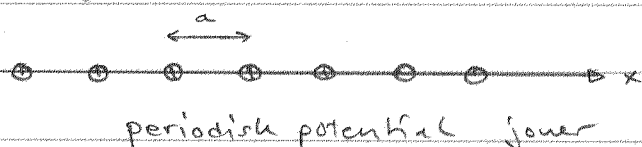
Bandgap:

För att kunna förklara varför vissa ämnen är metaller och andra är isolatorer behöver vi, som vi sajt tidigare, begreppet bandgap.

Det är omöjligt att förstå bandgap, förbjudna energiområden, enbart genom att använda frielektronmodellen.

Vi måste ta hänsyn till att elektronerna rör sig i ett rum där potentialen varierar

Endimensionell illustration:



För små värden på k (dvs. stora λ) uppfattar elektronen potentialen som konstant ($\approx$ medelvärdet av potentialen)

$$\Rightarrow E \sim k^2 \text{ (för små } k \text{)}$$

När k ökar (λ minskar) kommer elektronerna att i allt högre utsträckning känna av att potentialen varierar i rummet.

Speciellt märkligt blir detta för $k = \frac{\pi}{a}$ ($\Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \cdot a}{\pi} = 2a$)

Elektronerna uppfattar jonerna som spridare.

Allmänt:

$$\psi(x) = A \cdot e^{ikx} \pm B \cdot e^{-ikx}$$

om $k \ll \frac{\pi}{a}$ så gäller att $A \gg B$

$$k = \frac{\pi}{a} \Rightarrow \psi(x) = C \left[e^{i \frac{\pi}{a} x} \pm e^{-i \frac{\pi}{a} x} \right] =$$

$A=B=C$

$$|\psi|^2 = \begin{cases} 2C \cdot \cos \frac{\pi}{a} x \\ 2C \cdot \sin \frac{\pi}{a} x \end{cases}$$

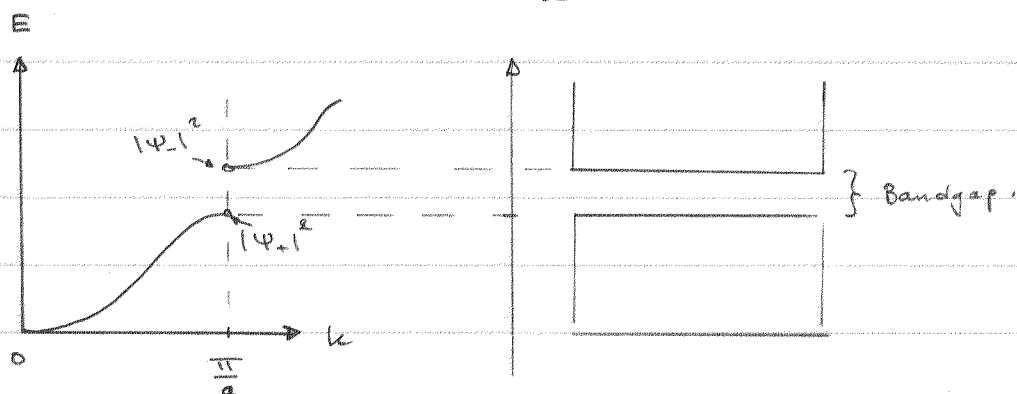
$$|\psi|^2 = \begin{cases} 4C^2 \cos^2 \frac{\pi}{a} x & (+) \\ 4C^2 \sin^2 \frac{\pi}{a} x & (-) \end{cases}$$



$|\Psi_+|^2$: elektronerna och jonerna nära varandra
i medeltal $\Rightarrow$ lägre potentiell energi

$|\Psi_-|^2$: elektronerna ligger i medeltal längre ifrån
jonerna $\Rightarrow$ högre potentiell energi.

I båda fallen är $k = \frac{\pi}{a}$ och kinetiska energin samma.



För att bestämma sambandet mellan E och k (dispersionsrelationen) i området mellan små k och $k = \frac{\pi}{a}$ krävs detaljerad lösning av Schrödingerekvationen (periodisk potential)

Vad händer de elektronen utsätts för ett yttre pålagt elektriskt fält $\vec{E}$. Man kan visa att:

$$(\vec{F} = -e\vec{E})$$

$$a = \frac{F}{\frac{\hbar^2}{d^2E}} = \frac{F}{m^*}$$

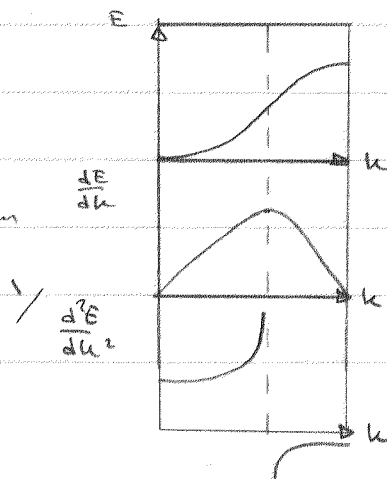
m^* kallas effektiva bandmassan.

$$\text{ex. } E = \frac{\hbar^2}{2m} k^2 \Rightarrow \frac{d^2E}{dk^2} = \frac{\hbar^2}{m} \Rightarrow m^* = m$$

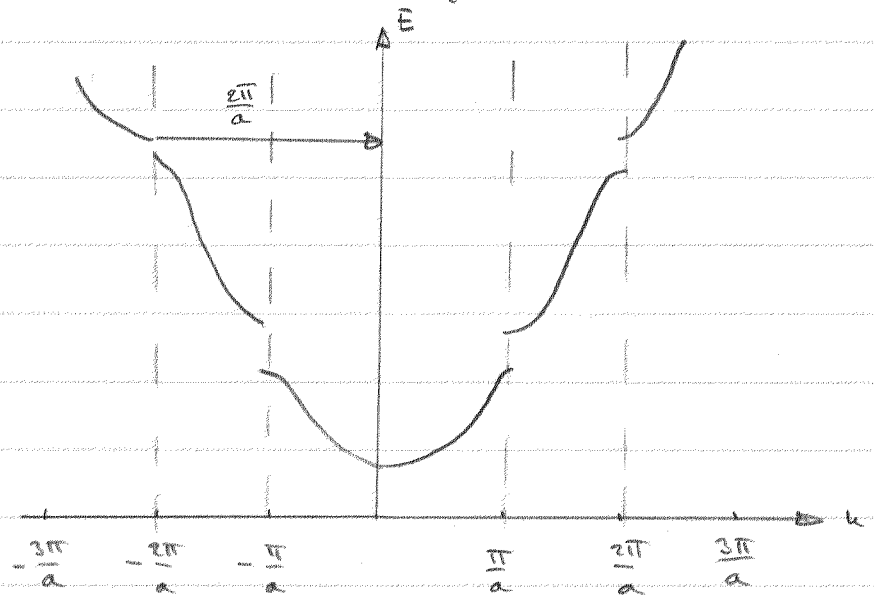
för

$E \propto k^2$ får vi $m^* = \text{konstant}$
om prop. konst $\propto \frac{\hbar^2}{2m}$ får vi $m^* = m$
I annat fall annat värde på m^* .

Notera förekomsten av
negativ effektiv massa.



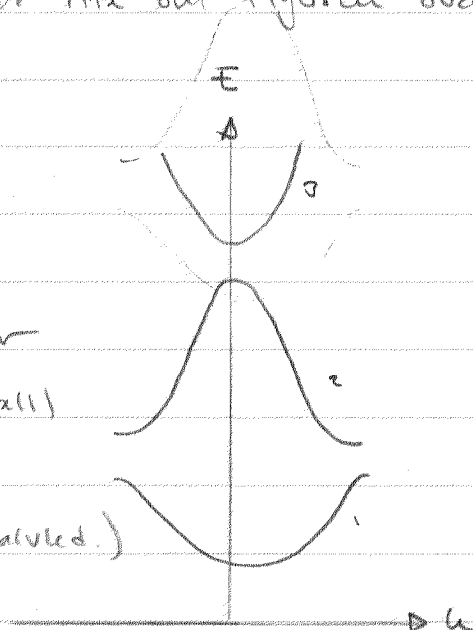
En lösning av Schrödingerekvationen kan ge följande resultat.



här är inte den vanliga impulsen (som för fria partiklar) utan kallas kristallimpulsen. Man kan visa att denna måste bevaras såsom $\hbar k \pm n \frac{2\pi\hbar}{a}$ vid övergång från ett band till ett annat. Därför är det praktiskt att rita om figuren ovan enligt

Varje band har plats
för 2 elektroner

Udda antal valenselektroner
ger halvfyllda band (metall)
medan jämnt antal ger
halfyllda band (isolator/halvled.)

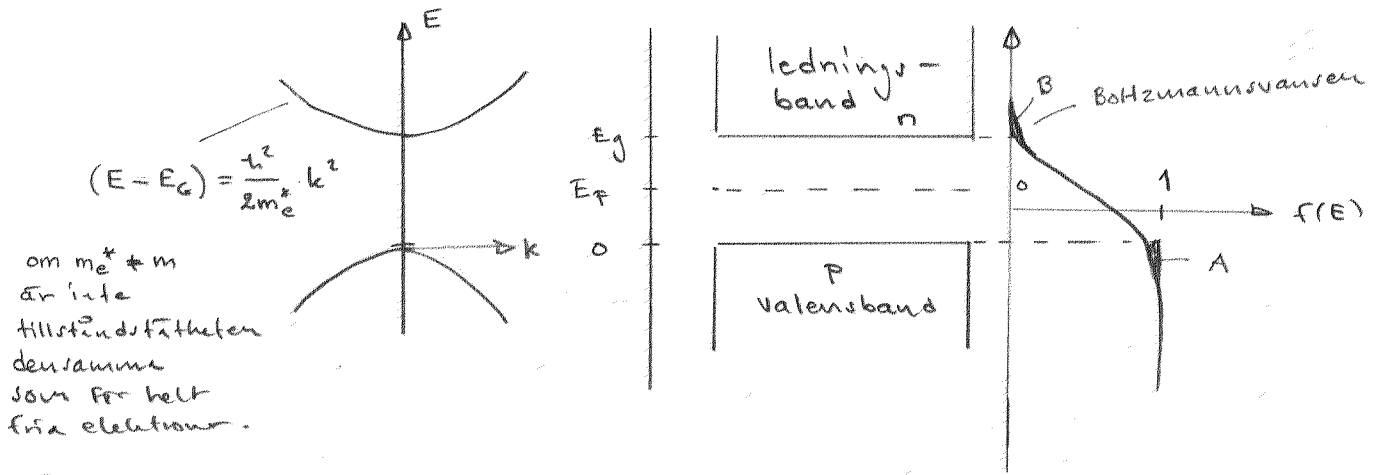


Låt oss undersöka halvledaren Si närmare.

Si har fyra valenselektroner och fyller vid $T=0$

de två understa banden helt. De två översta banden är i

Elektron- och håltäthet för halvledare.



n = antal elektroner (fria) per volymenhet i ledningsbandet
 p = antalet hål per volymenhet i valensbandet

fria elektroner: $D(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} E^{1/2}$
 (h i stället för $\hbar$!)

Beräkna n !

$$n = \frac{N_{tot}}{V} = \frac{1}{V} \int_{E_g}^{\infty} (\text{Tillståndstätheten i ledn. bandet}) \left(\text{förd. fun. värde i ledn. bandet} \right) dE$$

$$= \frac{1}{V} \int_{E_g}^{\infty} \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E - E_g)^{1/2} \cdot \frac{1}{e^{(E - E_F)/kT} + 1} dE$$

Förenklingar: För en ren halvledare (odopad) gäller att varje elektron i ledningsbandet har lämnat ett hål efter sig i valensbandet. Pga fördelningsfunktionens symmetri runt E_F (se fig till höger längst upp på denna sida) måste E_F ligga ungefär i mitten av bandgapet om tillståndstätheten för elektroner och hål inte skiljer sig drastiskt.

$\therefore E - E_F \approx 0,5 \text{ eV} \quad kT \approx 1/40 \text{ eV} \quad \text{om } T = 300 \text{ K}$

$\Rightarrow e^{(E - E_F)/kT} \gg 1$

$\Rightarrow f(E) \approx e^{-(E - E_F)/kT}$

$$\Rightarrow n = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_{E_g}^{\infty} (E - E_g)^{1/2} e^{-(E - E_F)/kT} dE$$

Vi vet naturligtvis att inte ledningsbandet sträcker sig till $E = \infty$, men tack vare att exponentialfunktionen snabbt går mot noll för stora E , så har bidrag med stora energier blivit noll.

$$e^{-(E-E_F)/kT} = e^{-(E-E_g)/kT} \cdot e^{(E_g-E_F)/kT} \quad (2)$$

E_g och E_F konst.

$$\Rightarrow n = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} e^{(E_g-E_F)/kT} \cdot (kT)^{1/2} \int_{E_g}^{\infty} \left(\frac{E-E_g}{kT} \right)^{1/2} e^{-(E-E_g)/kT} dE$$

$$x = \frac{E-E_g}{kT} \Rightarrow dx = \frac{dE}{kT} \Rightarrow dE = dx \cdot kT$$

$$E=E_g \Rightarrow x=0 \quad \int_0^{\infty} x^{1/2} \cdot e^{-x} \cdot dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\Rightarrow n = 2 \left(\frac{m_e^* \cdot kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{(E_F-E_g)/kT} = n_0 e^{(E_F-E_g)/kT}$$

n_0 beror av värdet på T och m_e^* men om $T=300\text{K}$ och $m_e^* = m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{kg}$ så gäller

$$n_0 = 2 \left(\frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{2\pi \cdot (1,05 \cdot 10^{-34})^2} \right)^{3/2} = 2,5 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

ex. Si. $E_g = 1,1 \text{ eV}$ $E_F = E_g/2 = 0,55 \text{ eV}$
 $T = 300 \text{ K} \Rightarrow kT = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \text{ J} =$
 $= \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} =$
 $= 0,0259 \text{ eV}$

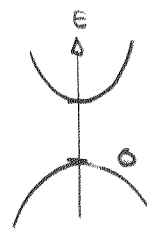
$$\Rightarrow n = 2,5 \cdot 10^{25} \cdot e^{-0,55/0,0259} = 1,467 \cdot 10^{16} \approx 1,5 \cdot 10^{16}$$

Si har 10^{28} atomer/ m^3

$\therefore$ vid 300 K har en Si-atom på 10^{12} lämnat ifrån sig en elektron till ledningsbandet.

(3)

Beräkna p!



$$-|E| = \frac{\hbar^2}{2m_n^*} k^2$$

Nu gäller det att summera alla tomma tillstånd i valensbandet.

Tillståndstätheten i valensbandet

$$D(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} |E|^{1/2}$$

Sannolikheten för ett tillstånd är tomt =
 $= 1 - (\text{sannolikheten för besatt tillstånd})$

$$\Rightarrow f_{\text{tomt}}(E) = 1 - f(E) = 1 - \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

Nu gäller $E - E_F < 0$ och $e^{(E-E_F)/kT} \ll 1$

$$1 - \frac{1}{e^x + 1} = \frac{e^x + 1 - 1}{e^x + 1} \approx e^x$$

$$\Rightarrow f_{\text{tomt}}(E) = e^{(E-E_F)/kT}$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{V} \int_{-\infty}^0 D(E) \cdot f_{\text{tomt}}(E) \cdot dE =$$

$$= \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \int_{-\infty}^0 -E^{1/2} e^{(E-E_F)/kT} dE \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = 2 \left(\frac{m_n^* kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-E_F/kT} =$$

$$= 2,5 \cdot 10^{25} \cdot e^{-E_F/kT}$$

Rent Si: $E_F - E_g = -E_F$ eftersom $E_F = E_g/2$

$p = n$ gäller för rent Si (och Ge)

(4)

$$\text{Ge: } E_g = 0,7 \text{ eV} \Rightarrow E_F = 0,35 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow n = p = 2,5 \cdot 10^{25} \cdot e^{-0,35/0,0259} =$$

$$= 3,4 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$$

Om vi dopar halvledaren (n-dopning el. p-dopning) blir n och p olika.

I våra uttryck ovan för n och p innebär detta att E_F ändras, men allt annat är oförändrat.

Notera speciellt:

$$n \cdot p = n_0 \cdot e^{(E_F - E_g)/kT} \cdot p_0 \cdot e^{-E_F/kT} =$$

$$= n_0 \cdot p_0 \cdot e^{-E_g/kT} = \text{konstant.}$$

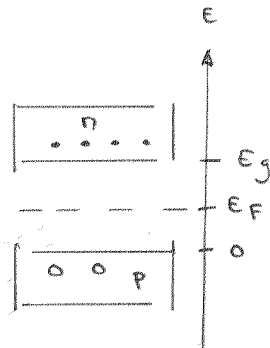
Om vi dopar så att antalet elektroner i ledningsbandet ökar så kommer antalet hål i valensbandet att minska.

Extra övningsexempel i halvledarfysik.

1. En halvledares elektriska ledningsförmåga beror bl a av dopning och mobilitet för elektroner och hål. Eftersom mobiliteten elektroner och hål i regel inte är lika stora har den elektriska ledningsförmågan ofta inte minimum när halvledaren är odopad. Hur stor är den minsta ledningsförmågan för Si vid rumstemperatur? Hur stora är hål- respektive elektronkoncentrationen? $\mu_e = 0,16 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_h = 0,04 \text{ m}^2/\text{Vs}$.
2. Ett Si-prov är dopat med ett störämne vars jonisationsenergi är mycket låg. Vid 300 K är elektrontätheten i ledningsbandet 2,0 gånger högre än vad den skulle ha varit om provet hade varit helt rent. Bestäm dopämnescyktrationen.
3. 100 g Si dopas med 4 mikrogram Al. Jonisationsenergin för Al-atomerna i Si kan sättas till 0,01 eV. Vilken konduktivitet får provet om temperaturen är 300 K. $\mu_e = 0,16 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_h = 0,04 \text{ m}^2/\text{Vs}$.
4. En viss halvledare är acceptordopad till en koncentration $N_A = 1 \cdot 10^{23}/\text{m}^3$. Om vi sätter $E = 0$ i toppen av valensbandet gäller att botten på ledningsbandet E_g har energin 20 kT medan acceptornivån E_A ligger vid $E_g/5$. Vid den temperatur som är aktuell gäller att ferminivån är 5 kT. Effektiva massorna för elektroner i ledningsbandet och hålen i valensbandet är 12% respektive 100% av den vanliga elektronmassan.

Bestäm
 - a. koncentrationen av joniserade acceptorer.
 - b. kvoten mellan hål- och elektronkoncentration.
 - c. elektronkoncentrationen i ledningsbandet.
 - d. bandgapets storlek i eV.
5. Konduktiviteten hos ett Ge-prov mäts vid rumstemperatur. Därefter smälts provet och arsenik tillsätts i en mängd av en föroreningsatom per en miljon Ge-atomer. Den nya kristallen är av n-typ och har en konduktivitet av $1000 (\Omega\text{m})^{-1}$. Mobiliteten för hål och elektroner ges av $\mu_e = 0,45 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_h = 0,35 \text{ m}^2/\text{Vs}$. Hur mycket var den ursprungliga kristallen dopad och hur stor var dess konduktivitet?

Viktiga samband



$$\sigma = n e \mu_e + p e \mu_h$$

$$n = 2,5 \cdot 10^{25} \left(\frac{m_e^*}{m} \frac{T}{300} \right)^{3/2} e^{-(E_g - E_F)/kT}$$

$$p = 2,5 \cdot 10^{25} \left(\frac{m_h^*}{m} \frac{T}{300} \right)^{3/2} e^{-E_F/kT}$$

om $m_e^* = m$, $m_h^* = m$ och $T = 300 \text{ K}$ förenklas detta till

$$n = 2,5 \cdot 10^{25} \cdot e^{-(E_g - E_F)/kT}$$

$$p = 2,5 \cdot 10^{25} \cdot e^{-E_F/kT}$$

samtliga dessa samband gäller såväl intrinsiska (rena) halvledare som extrinsiska (dopade) halvledare.

För intrinsiska halvledare gäller $n = p$

$$\Rightarrow E_F = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \left(\frac{m_h^*}{m_e^*} \right)$$

$$\text{med } m_h^* = m_e^* : E_F = \frac{E_g}{2}$$

$n \cdot p = \text{konstant}$ (massverhålls lag)

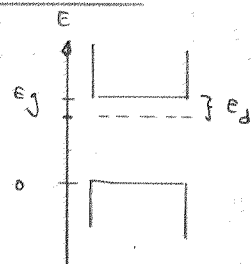
Bra att veta: atomtätet i fasta ämnen $\approx 10^{28} \text{ m}^{-3}$

$$T = 300 \text{ K} \quad \text{Si: } n_i = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3} = p_i$$

$$T = 300 \text{ K} \quad \text{Ge: } n_i = 3,4 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3} = p_i$$

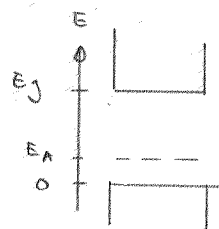
Andelen joniserade donatorer:

$$N_d^+ = N_d \left(1 - \frac{1}{e^{[(E_g - E_d) - E_F]/kT} + 1} \right)$$



Andelen joniserade acceptorer:

$$N_a^- = N_a \frac{1}{e^{+(E_A - E_F)/kT} + 1}$$



Ort det allmänna fallet bestämmer man E_F med hjälp av sambandet:

$$n + N_a^- = p + N_d^+$$

Materialet är elektriskt (netto) oladdat.

Denna ekvation innehåller en enda obekant: E_F

Extra 1.

Minimal ledningsförmåga för Si (dopat).
vid $T = 300 \text{ K}$.

(1) $\sigma = n e \mu_e + p e \mu_p$ finn dess minimum!

$$n_i = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3} = p_i \quad \Rightarrow \quad n_i \cdot p_i = n_i^2$$

om vi dopar Si kommer produkten av n och p att vara konstant (eftersom T är konstant)

$$\therefore n \cdot p = n_i^2 = 2,25 \cdot 10^{32} \text{ m}^{-6}$$

$$\Rightarrow n = \frac{n_i^2}{p}$$

sätt in i (1): $\sigma = e \left(\mu_e \frac{n_i^2}{p} + \mu_h \cdot p \right)$

Vid vilken dopning av σ minimal? Studera $\frac{d\sigma}{dp}$

$$\frac{d\sigma}{dp} = e \left[-\mu_e \frac{n_i^2}{p^2} + \mu_h \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dp} = 0 & \Rightarrow p^2 = \frac{\mu_e \cdot n_i^2}{\mu_h} \Rightarrow p = \sqrt{\frac{0,16 \cdot 2,25 \cdot 10^{32}}{0,04}} \text{ m}^{-3} = \\ & = \underline{\underline{3 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}}} \end{aligned}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{2,25 \cdot 10^{32}}{3 \cdot 10^{16}} \text{ m}^{-3} = \underline{\underline{0,75 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}}}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\min} &= 1,6 \cdot 10^{-19} \left(0,16 \cdot 0,75 \cdot 10^{16} + 0,04 \cdot 3 \cdot 10^{16} \right) = \\ &= \underline{\underline{3,8 \cdot 10^{-4} (\Omega \text{ m})^{-1}}} \end{aligned}$$

jfr.

$$\begin{aligned} \sigma_i &= 1,6 \cdot 10^{-19} \left(0,16 \cdot 1,5 \cdot 10^{16} + 0,04 \cdot 1,5 \cdot 10^{16} \right) = \\ &= 4,8 \cdot 10^{-4} (\Omega \text{ m})^{-1} \end{aligned}$$

eftersom hålen är mindre lättfärliga än elektronerna blir σ minimal om vi dopar så att vi får fler fler hål än elektroner.

Extra 2.

Bestäm dopningen om $n = 2n_i$!

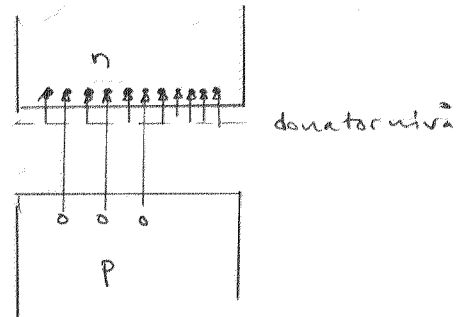
$$\text{Si: } n_i = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3} \Rightarrow n_i^2 = 2,25 \cdot 10^{32} \text{ m}^{-6}$$

$$n = 2n_i = 3 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3} \Rightarrow p = 0,75 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$$

1m:

Vi har alltså $0,75 \cdot 10^{16}$ hål i valensbandet.

Det betyder att $0,75 \cdot 10^{16}$ av de elektroner som befinner sig i ledningsbandet är intrinsiska.



Sammanlagt har vi $3 \cdot 10^{16}$ elektroner i ledningsbandet.

$3 \cdot 10^{16} - 0,75 \cdot 10^{16} = 2,25 \cdot 10^{16}$ stycken kommer ifrån joniserade donatorer. Vi har elektronöverskott $\therefore$ donator-dopning.

I problemtexten sägs det att jonisationsenergin är mycket låg, vilket betyder att vi kan anta att samtliga donatorer är joniserade.

$\therefore$ Dopningsgraden är $2,25 \cdot 10^{16}$ donatorer per m^3 .

Extra 3.

Bestäm σ för Al-dopat Si!

$$\text{Si: atomvikt } 28 \text{ u} = 28 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \Rightarrow \text{Si atomtätet} = \frac{2,33 \cdot 10^3}{28 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} = 5,01 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$\text{Al: atomvikt } 27 \text{ u} = 27 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \Rightarrow \text{Al atomtätet} = \frac{2,70 \cdot 10^3}{27 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} = 5,98 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$\text{Dopningsfaktet} = \frac{4 \cdot 10^{-9} \cdot 5,98 \cdot 10^{28}}{2,70 \cdot 10^3} = \frac{2,39 \cdot 10^{20}}{2,70 \cdot 10^3} = 8,85 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$$

$$T = 300 \text{ K} \Rightarrow kT = 1/40 \text{ eV}$$

$$E_{\text{jon}} = 0,01 \text{ eV}$$

Vi kan med nu räkna ut hur stor andel av Al-atomerna som kommer att vara joniserade. Om vi gör det finner vi att så gott som samtliga är det. $\therefore n_A^- = n_A = p$

$$n \cdot p = 2,25 \cdot 10^{32}$$

$$p = 2,06 \cdot 10^{21} \Rightarrow n \approx 1 \cdot 10^{11} \text{ forommar}$$

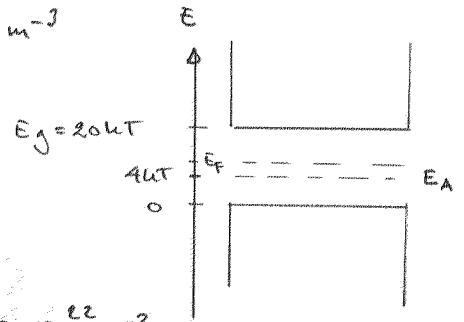
$$\sigma = \sigma_n = p e \mu_n = 2,06 \cdot 10^{21} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,04 = 13,2 (\Omega \text{ m})^{-1}$$

Extra 4.

$$E_A = 4kT$$

$$E_F = 5kT$$

$$N_A = 1 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$$



$$a) \quad N_A^- = N_A \cdot f(E_A) = N_A \frac{1}{e^{(E_A - E_F)/kT} + 1} =$$

$$= N_A \frac{1}{e^{(4kT - 5kT)/kT} + 1} = 1 \cdot 10^{23} \frac{1}{e^{-1} + 1} = \underline{\underline{7,3 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}}}$$

$$b) \quad \left. \begin{aligned} n &= 2,5 \cdot 10^{25} \left(\frac{m_e^*}{m} \frac{T}{300} \right)^{3/2} e^{-(E_g - E_F)/kT} \\ p &= 2,5 \cdot 10^{25} \left(\frac{m_h^*}{m} \frac{T}{300} \right)^{3/2} e^{-E_F/kT} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{p}{n} = \left(\frac{m_h^*}{m_e^*} \right)^{3/2} \frac{e^{-E_F/kT}}{e^{-(E_g - E_F)/kT}} =$$

$$= \left(\frac{100}{12} \right)^{3/2} \frac{e^{-5}}{e^{-(20-5)}} = \left(\frac{100}{12} \right)^{3/2} \cdot e^{10} =$$

$$\underline{\underline{= 5,7 \cdot 10^5}}$$

$$c) \quad n = \frac{p}{5,7 \cdot 10^5} \approx \frac{N_A^-}{5,7 \cdot 10^5} = \frac{7,3 \cdot 10^{22}}{5,7 \cdot 10^5} \text{ m}^{-3} = \underline{\underline{1,38 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}}}$$

$$d) \quad p = 2,5 \cdot 10^{25} \left(\frac{m_h^*}{m} \frac{T}{300} \right)^{3/2} e^{-E_F/kT} =$$

$$= 2,5 \cdot 10^{25} \left(1 \cdot \frac{T}{300} \right)^{3/2} \cdot e^{-5} = N_A^- = 7,3 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{T}{300} \right)^{3/2} = \frac{7,3 \cdot 10^{22}}{2,5 \cdot 10^{25} \cdot e^{-5}} \Rightarrow T = 172 \text{ K}$$

$$E_g = 20kT = 20 \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 172}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = 0,296 \text{ eV} = \underline{\underline{0,3 \text{ eV}}}$$

Extr 5.

Ge

$$\rho_{\text{Ge}} = 5,32 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad m_{\text{Ge}} = 72,59 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \text{atomt teten i Ge} = \frac{5,32 \cdot 10^3}{72,59 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}} = 4,41 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$$

Angiven dopningsgrad $1 \cdot 10^6$

$$\Rightarrow \text{dop mnerkoncentrationen} = 4,41 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$$

As  r en donator i Ge dvs vi n-dopar med As.

$$\sigma = ne p_e \Rightarrow n = \frac{\sigma}{e p_e} = \frac{100}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,45} = 1,39 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$$

Tro att vi har en As-koncentration p  $4,41 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$
blir elektronkoncentrationen "bara" $1,39 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$,

Orsaken till detta  r att det ursprungliga provet var
p-dopat och dop mnerkoncentrationen var

$$p = (4,41 - 1,39) \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3} = \underline{\underline{3,02 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}}}$$