Reflexion och brytning av ljus.

Ljus är en elektromagnetisk våg. Utbredningshastigheten i vakuum är 3 10^8 m/s, vågländen för synligt ljus ligger i intervallet 400-700 nm. Frekvensen för synligt ljus är av storleksordningen 10^{14} Hz, vilket gör att det är fullständigt omöjligt för ett mänskligt öga att uppfatta variationen. Vårt synintryck av ljus är ett medelvärde över många perioder.

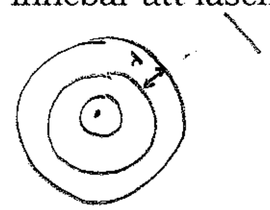
Under århundradena har ljusets natur debatterats ivrigt. Under vissa perioder har förespråkarna för att ljus är en ström av partiklar varit i majoritet, medan förespråkarna för att ljus är en vågrörelse dominerat under andra perioder.

Nu "vet" vi bättre. Ljus uppför sig under vissa omständigheter som en ström av partiklar och under andra som en våg. Ljus är ljus. Det är bara att "gilla läget".

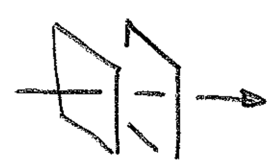
<u>Strålar</u>

Vi har alla sett bilder där en ljusvåg illustreras med hjälp av en linje, en så kallad stråle. För förståelsen av vågfysiken är det viktigt att man förstår vad en stråle är.

För att få en insikt i vad en stråle är går vi tillbaka till mekaniska vågor och närmare bestämt vågutbredningen på en vattenyta.
Om vi tänker oss att störningskällan utgörs av att vi doppar en nål och och ner i vattnet kommer vågorna på vattenytan att vara (märkbart) cirkulära i nålens omedelbara närhet. På långt avstånd (ett tiotal våglängder eller mer) från nålen är vågorna fortfarande cirkelformade, men cirklarna har nu så stora radier att vi har svårt att uppfatta cirkelformen. Vi tycker att vågfronterna är raka. Det innebär att fasen utefter en rak linje är i det närmaste konstant.



Om vi tänker oss att störningskällan i stället utgörs av en punkt och att mediet som störningen utbreder sig i är tredimensionellt, blir de raka linjerna i vattenvågsfallet i stället plan.
Detta innebär att om vi har en punktformig liten lampa som sänder ut en elektromagnetisk våg, så kommer vågfronterna att vara plana på stort avstånd från ljuskällan. Vi talar då om att vi har en <u>plan våg.</u>



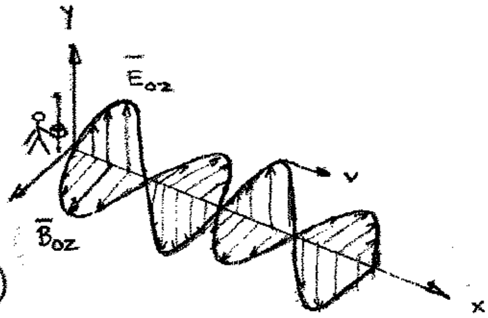
<u>En stråle är en representant för en plan våg.</u>

Bortse från sidnumreringen!

Elektromagnetiska vågor: ljus, röntgenvågor, radiovågor mm.

En fullständig bakgrund till elektromagnetiska vågor ger i E3-kursen Elektromagnetiska fält och här gör vi bara en snabb introduktion till en del begrepp.

Förflyttning av laddning upp och ner genererar ett kopplat elektromagnetiskt fält



$$\bar{E}_y(x,t) = \bar{E}_{0y} \sin \omega\left(\frac{x}{v} - t\right)$$

$$\bar{B}_z(x,t) = \bar{B}_{oz} \sin \omega t\left(\frac{x}{v} - t\right)$$

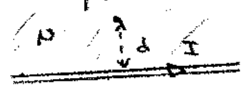
Maxwells ekvationer ger

$$\begin{cases} \dfrac{\partial E_y}{\partial x} = -\dfrac{\partial B_z}{\partial t} \Rightarrow E_{oy} = v\, B_{oz} & (1) \\[2ex] \dfrac{\partial B_z}{\partial x} = -\mu \cdot \epsilon \dfrac{\partial E_y}{\partial t} = -(\mu_r \mu_0)(\epsilon_r \epsilon_0)\dfrac{\partial E_y}{\partial t} & (2) \end{cases}$$

μ och ϵ är permeabiliteten respektive dielektricitets-konstanten för det medium vari vågen utbreder sig.

μ anger koppling mellan ström och magnetfält.
För en oändligt lång ledare som genomflyts av en likström I gäller

$$B = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi}\,\frac{2I}{d}$$

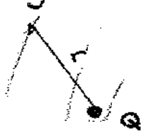


Stort värde på μ_r ger starkt B.

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am
μ_r = relativa permeabiliteten

ϵ anger kopplingen mellan laddning och elektriskt fält enligt

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\,\frac{Q}{r}$$



$\epsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ As/Vm
ϵ_r = relativa dielektricitets-konstanten.

stort värde på ϵ_r ger utskärmat fält från Q

Derivera $\bar{B}_z(x,t)$ med avseende på x och $\bar{E}_y(x,t)$ med avseende på t, sätt in i (2), utnyttja sambandet $E_{0y} = v B_{0z}$

$$\frac{\omega}{v} B_{0z} = \omega(\mu_r \mu_0)(\epsilon_r \epsilon_0) E_{0y} = \omega(\mu_r \mu_0)(\epsilon_r \epsilon_0) v B_{0z}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{1}{(\mu_0 \mu_r)(\epsilon_0 \epsilon_r)}$$

För icke magnetiska material gäller $\mu_r \approx 1$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot c$$

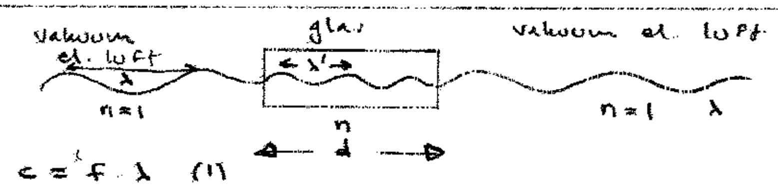
ljushastigheten i vakuum $= 3 \cdot 10^8$ m/s.

Brytningsindex $n \equiv \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r}$. n för ett visst medium anger kvoten mellan ljushastigheten i vakuum och ljushastigheten i det aktuella mediet.

Ex. Viss typ av glas har $n = 1,5$.
Ljushastigheten i sådant glas $= \frac{3 \cdot 10^8}{1,5}$ m/s $= 2 \cdot 10^8$ m/s.

Närmare undersökningar ger att brytningsindex är våglängdsberoende. Detta utnyttjas t.ex. i prismor för uppdelning av vitt ljus i olika färger (mer om detta i samband med brytningslagen). Att olika våglängder utbreder sig med olika utbredningshastighet kan ställa till problem i ex. optiska fibrer.

Optisk väg:



I vakuum: $c = f \cdot \lambda$ (1)
I glas: $v = f' \cdot \lambda'$ (2) i gränsskiktet vakuum/glas måste vågorna ha samma frekvens ∴ $f' = f$

Vi får nu $v = \frac{c}{n} = f \cdot \lambda'$

$\Rightarrow c = f \cdot \lambda' \cdot n = f \cdot \lambda$ ∴ $\lambda' = \frac{\lambda}{n}$ kortare våglängd i glaset än i vakuum

Ofta är man intresserad av att beräkna hur många våglängder (av λ') sträckan d motsvarar.

$$\frac{d}{\lambda'} = \frac{d}{\frac{\lambda}{n}} = \frac{n \cdot d}{\lambda}$$

Vi får antalet våglängder i glaset antingen genom att dividera den verkliga tjockleken d med λ' eller att dividera $d \cdot n$ med vakuumvåglängden λ.

Beräkning av fasskift vid passage av d: $\Delta\varphi = 2\pi \frac{n \cdot d}{\lambda} = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)(n \cdot d) =$

$$= k \cdot d_{optisk}$$

Spektra: Elektromagnetiska vågor har våglängdsberoende namn

i) radiovågor $10^{3}\,m > \lambda > 0,3\,m$

ii) mikrovågor $0,3\,m > \lambda > 10^{-3}\,m$ radar

iii) infrarött ljus $10^{-3}\,m > \lambda > 7,8\cdot 10^{-7}\,m$ molekylära överg.

iv) ljus $7800\,Å > \lambda > 3800\,Å$ el. överg. i atomer

ögat har maximal känsl. vid $5600\,Å$ grönt

monokromatiskt ljus: enfärgat ljus, en våglängd.

v) ultraviolett stråln. $3,8\cdot 10^{-7}\,m > x > 6\cdot 10^{-10}\,m$

vi) röntgenstrålning $10^{-9}\,m > \lambda > 6\cdot 10^{-12}\,m$ atom, bromsstr.

vii) γ-strålning. överlappar röntgenspektret

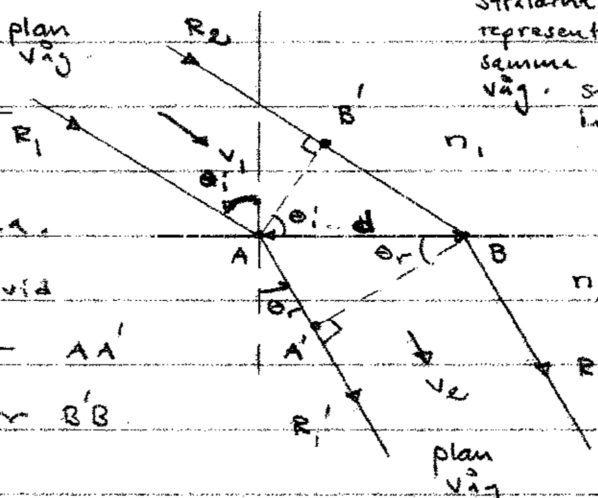
orsakas av kärnprocesser.

Reflexion, brytning och polarisation.

Tänk på! Strålarna R_1 och R_2 är representanter för samma plana infallande våg. Sträckan d finns inte i verkligheten

Brytningslagen (Snells lag):

Reflexionslagen



Fasen vid A och B' är lika.

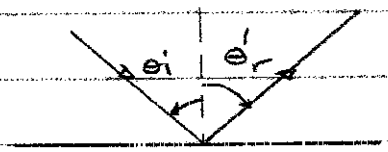
Om fasen ska vara lika vid A' och B måste tiden för AA' vara lika med tiden för $B'B$

$$t_{AA'} = \frac{d\cdot \sin\theta_r}{v_2} = \frac{d\cdot\sin\theta_r}{\frac{c}{n_2}} \qquad t_{B'B} = \frac{d\cdot\sin\theta_i}{v_1} = \frac{d\,\sin\theta_i}{\frac{c}{n_1}}$$

$$t_{AA'} = t_{B'B} \Rightarrow n_2\cdot\sin\theta_r = n_1\cdot\sin\theta_i$$

$$\text{eller} \quad \frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r} = \frac{n_2}{n_1} \equiv n_{21}$$

Pss härleds reflexionslagen.

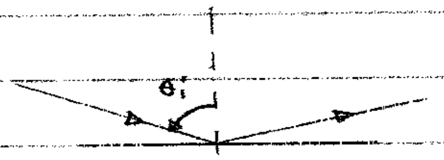


Den infallande, reflekterande och brutna strålen ligger i samma plan: Infallsplanet som ges av någon av dessa strålar samt normalen till ytan.

$n_{21} > 1 \Rightarrow \sin\theta_2 < \sin\theta_1$ " bryts mot normalen

$n_{21} < 1 \Rightarrow \sin\theta_2 > \sin\theta_1$ " från.

Totalreflexion:



refl. mot tunnare medium $n_{21} < 1$

ex. $n_i = 1,5$
$n_r = 1,0$

$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_r} = n_{21} < 1$$

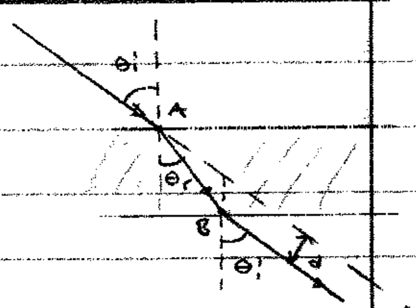
$\Rightarrow \theta_{i,max} = 42^\circ$

Öka θ_i tills $\sin\theta_i = n_{21} \Rightarrow \sin\theta_r = 1 \Rightarrow \theta_r = 90^\circ$

$\Rightarrow$ den brutna strålen ligger i ytan.

Viktigt vid vågutbredning i optiska fibrer.

Förskjutning av stråle i planparallell platta



$$\left.\begin{aligned} a &= AB \cdot \cos\theta_r \\ d &= AB \cdot \sin(\theta_i - \theta_r) \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = a\,\frac{\sin(\theta_i - \theta_r)}{\cos\theta_r}$$

Specialfall (vanligt):

sätt $A_1 = A_2 \Rightarrow I_1 = I_2 = I$

1) $\delta = n \cdot 2\pi$ konstr. interferens. $n = 0, 1, 2, \ldots$
(De båda störningarna är i fas.) $\uparrow\uparrow$

$$\Rightarrow I_{tot} = I + I + 2\sqrt{I \cdot I} \cdot \cos\delta = 4I$$

2) $\delta = (2n+1)\pi$ destruktiv interferens $\downarrow\uparrow$

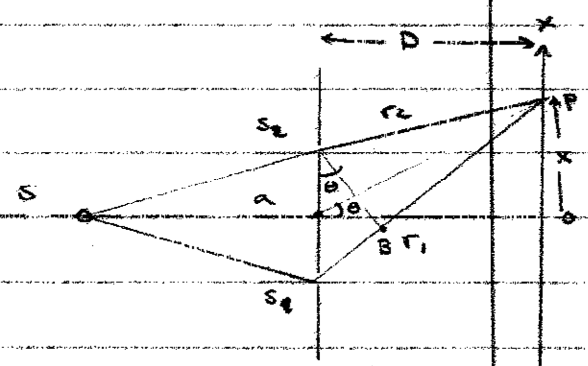
$$I_{tot} = I + I - 2\sqrt{I \cdot I} = 0.$$

Allm. $I_{tot} = 4I \cdot \cos^2\frac{\delta}{2}$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$
$\Rightarrow \cos\delta = \cos^2\frac{\delta}{2} - \sin^2\frac{\delta}{2}$

Villkor för observerbara stationära interferenseffekter:
S_1 och S_2 måste vara koherenta
dvs ha samma ursprung.

Exempel: Youngs dubbelspalt.

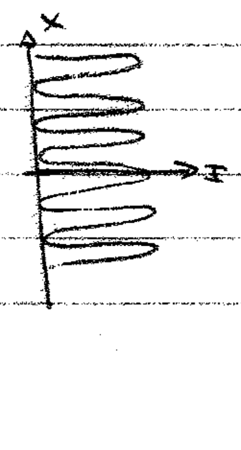


Fasskillnad

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \sin\theta$$

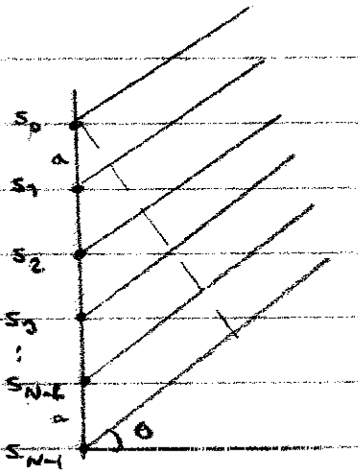
Villkor för maximum $a \cdot \sin\theta = n \cdot \lambda \Rightarrow \sin\theta = n\frac{\lambda}{a}$

små vinklar: $\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{x}{D} \Rightarrow x = n\frac{D}{a} \cdot \lambda$



Observerat mönster

<u>Flera synkrona källor. (gitter)</u>



$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \, a \cdot \sin\theta$$

N källor

komplexa störningen vid den streckade linjen

Matematiken blir förenklad om vi räknar med en komplex störning. Amplituden svarar mot Im z,

$$z_0 = A \cdot e^{j\omega t}$$

$$z_1 = A \cdot e^{j(\omega t + \delta)}$$

$$z_2 = A \cdot e^{j(\omega t + 2\delta)}$$

$$\vdots$$

$$z_{N-1} = A \cdot e^{j[\omega t + (N-1)\delta]}$$

geometrisk serie: kvot $e^{j\delta}$ N termer

$$\left(\frac{1-k^N}{1-k}\right)$$

$$Z_{tot} = A' \cdot e^{j\phi} e^{j\omega t} \quad \text{där} \quad A' e^{j\phi} = A\left(1 + e^{j\delta} + e^{j2\delta} + \dots + e^{j(N-1)\delta}\right)$$

$$= A \, \frac{1 - e^{jN\delta}}{1 - e^{j\delta}}$$

$$I \sim (\text{ampl.})^2 \quad \Rightarrow \quad I \sim |A' e^{j\phi}|^2 =$$

$$= A^2 \frac{(1 - e^{jN\delta})(1 - e^{-jN\delta})}{(1 - e^{j\delta})(1 - e^{-j\delta})} = A^2 \, \frac{1 - \cos N\delta}{1 - \cos\delta} =$$

$$= \left[\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha \right] =$$

$$= A^2 \, \frac{\sin^2 \frac{N\delta}{2}}{\sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

δ beror bl.a. av riktningen θ !

Extremvärden

1) $a \cdot \sin\theta = 0$ "rakt fram" $\theta = 0$

$\theta \to 0 \Rightarrow \delta \to 0$ $\qquad \lim_{\delta \to 0} \dfrac{\sin^2 \frac{N\delta}{2}}{\sin^2 \frac{\delta}{2}} = N^2$

två varianter:

$$I_\theta = \begin{cases} I_0' \dfrac{\sin^2 \frac{N\delta}{2}}{\sin^2 \frac{\delta}{2}} \\[2ex] I_0 \dfrac{\sin^2 N \frac{\delta}{2}}{N^2 \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}} \end{cases}$$

I_0' = intensiteten från en källa (rakt fram)

I_0 = int. från hela uppsättningen N källor rakt fram.

2) maximum då $\frac{\delta}{2} = 0, \pi, 2\pi$ (N^2)

dvs då $a \cdot \sin\theta = n \cdot \lambda$

båda täljare och nämnare är noll!

3) minima : variera $\theta \Rightarrow \delta$ varierar

(har nollställen oftare)

täljaren ($\sin N \frac{\delta}{2}$) varierar N ggr så fort som nämnaren ($\sin \frac{\delta}{2}$).

Minima då

$\sin(N \frac{\delta}{2}) = 0 \Rightarrow N \frac{\delta}{2} = p \cdot \pi \Rightarrow \frac{\delta}{2} = \frac{p}{N} \pi$

men $\frac{p}{N} \neq$ heltal ty då är $\frac{\delta}{2} = n \cdot \pi$ och det var ju villkoret för max. båda tälj. och nämn = 0.

$\boxed{p \neq n \cdot N}$

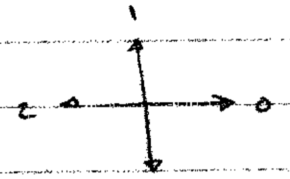
dvs minima när $\frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \sin\theta = \frac{p}{N}\pi$

$$\Rightarrow \quad a \cdot \sin\theta = \frac{p}{N} \cdot \lambda$$

dvs $a \cdot \sin\theta = \frac{1}{N}\lambda, \frac{2}{N}\lambda, \ldots, \frac{N-1}{N}\lambda, -, \frac{N+1}{N}\lambda, \ldots$

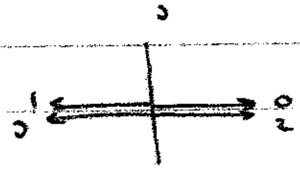
ex. 4 spalter (0,1,2,3) min villkor $a \cdot \sin\theta = \frac{p}{4}$ $p \neq n \cdot 4$.

i) $a \cdot \sin\theta = \frac{1}{4}\lambda$



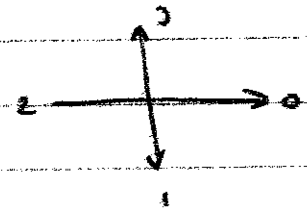
$\Sigma = 0$ min

ii) $a \cdot \sin\theta = \frac{2}{4}\lambda$



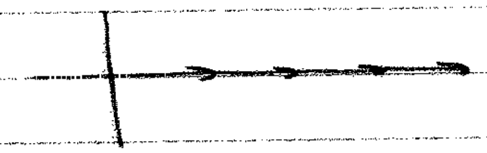
$\Sigma = 0$

iii) $a \cdot \sin\theta = \frac{3}{4}\lambda$



$\Sigma = 0$

iv) $a \cdot \sin\theta = \frac{4}{4}\lambda = \lambda$



max.

mellan två huvudmax.: $N-1$ minima

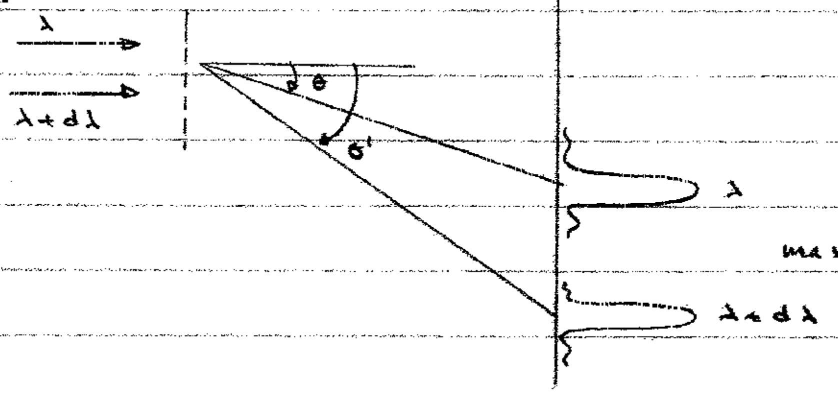
$N-2$ sek. maxima

Gittrets upplösningsförmåga

: $a \cdot \sin\theta = n\lambda$

justörre λ desto större θ !

Hur bra är gittret på att separera närliggande våglängder ?



maxima av ordn. n.

Hur stort är $d\lambda$ när vågl. $(\lambda + d\lambda)$ har maximum vid samma vinkel θ' där vågl. λ har minimum (närmast principalmax) ?

λ : max då $\quad a \cdot \sin\theta = n\lambda$

min $\quad a \cdot \sin\theta' = \dfrac{n \cdot N + 1}{N}\lambda$

$\lambda + d\lambda$: max $\quad a \cdot \sin\theta' = n(\lambda + d\lambda)$

$$\Rightarrow \frac{nN+1}{N}\lambda = n(\lambda + d\lambda) \qquad \Rightarrow \qquad d\lambda = \frac{\lambda}{nN}$$

eller $\boxed{\dfrac{\lambda}{d\lambda} = nN}$

allm. regel : ju fler vågor som interferera — desto smalare maxima.

ex. $\lambda = 5000$ Å

$d\lambda = 1$ Å

$n = 1$ $\quad \Rightarrow \dfrac{\lambda}{d\lambda} = 5000 \quad \Rightarrow \quad N = 5000$

dvs ett gitter med 5000 ritsar krävs för upplösn.

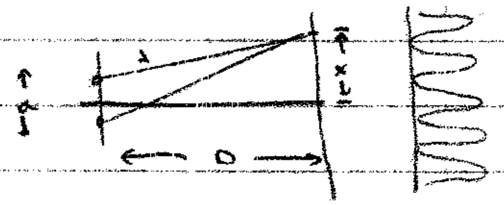
Fassprång: $\frac{0}{\pi}$ vid refl. mot $\frac{\text{tunnare}}{\text{tätare}}$ medium — **Föreläsning 9**

Rep. Interferens

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos\delta} \Rightarrow I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos\delta$$

$$I_1 = I_2 = I \Rightarrow I_{tot} = 2I_1 + 2I_1 \cdot \cos\delta = 4I_1 \cdot \cos^2\frac{\delta}{2}$$

Young:



$$x = \frac{nD}{d}\lambda$$

ex. $d = 0{,}8$ mm $D = 5\cdot 10^{-1}$ m $\lambda = 5400$ Å

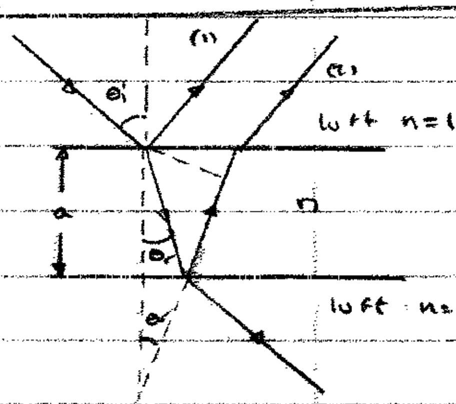
$\Rightarrow x = 0{,}37 \cdot n$ mm   0,37 mm

N synkr. källor   max: $d \cdot \sin\theta = n\lambda$. $\delta = 2\pi \cdot n$

$$I = I_0 \frac{\sin^2 N\frac{\delta}{2}}{N^2 \sin^2\frac{\delta}{2}}$$

min: $\frac{\delta}{2} = \frac{p}{N}\pi$ $\frac{p}{N}$ ej heltal

Planparallell platta:



optisk Vägskillnad mellan strålarna (1) och (2) $= 2an \cdot \cos\theta_r$

Inkludera att (1) reflekteras en gång mot tätare medium

max $2an \cdot \cos\theta_r - \frac{\lambda}{2} = N \cdot \lambda \Rightarrow 2an \cdot \cos\theta_r = \frac{1}{2}(2N+1)\lambda$ $N = 0, 1, 2 \ldots$

min $2an \cdot \cos\theta_r = (N+1)\lambda$ $N = 0, 1, 2, 3 \ldots$

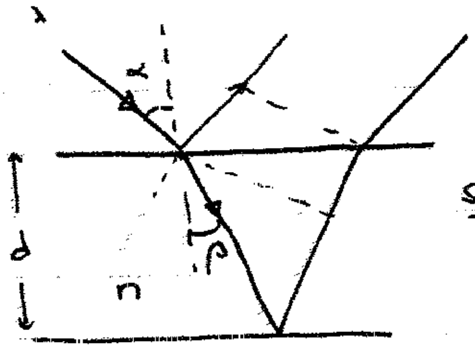
Transmission: byt max mot min i uttrycken ovan

Givet: $\lambda = 5893\ \text{Å} = 0.5893 \cdot 10^{-6}\ m$

$\alpha = 30°$

$n = 1.52$

027)



Sökt: d för minimal refl. intensitet

$m = \text{heltal}$

Minimum då: $\quad 2nd \cos\rho = m\lambda$

$$\Rightarrow d = \frac{\lambda}{2n \cdot \cos\rho} \cdot m$$

Brytningslagen ger:

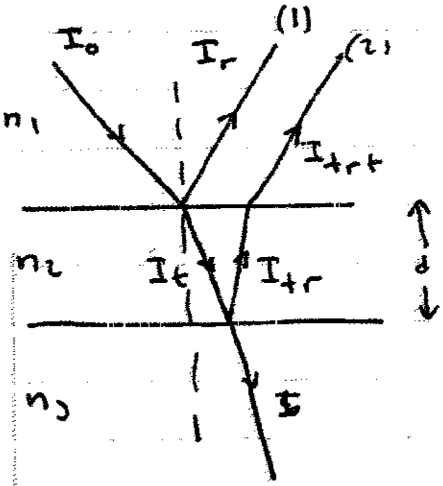
$$1 \cdot \sin\alpha = n \cdot \sin\rho$$

$$\Rightarrow \sin\rho = \frac{\sin 30°}{n} \Rightarrow \rho = 19.20°$$

$$d = \frac{0.5893 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 1.52 \cdot \cos 18.45°} \cdot m = 2050\ \text{Å} \cdot m$$

$m = \text{heltal} > 0$

Antireflexbehandling



$n_3 > n_2 > n_1$

Obs!
Infallsvinkeln är $\approx 0°$.
Strålarna i figuren har ritats med $\neq 0°$ av "pedagogiska skäl"

Destruktiv interferens: $2n_2 \cdot d = (m+\frac{1}{2})\lambda$

$$\Rightarrow d = \frac{\lambda}{4 \cdot n_2} \quad \text{ger motfas.}$$

Val av n_2 så att $I_r = I_{trt}$.

Normalt infall:

$$I_r = I_0\left(\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}\right)^2$$

här

$$I_r = I_0\left(\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}\right)^2 \qquad I_{tr} = I_t\left(\frac{n_3-n_2}{n_3+n_2}\right)^2$$

Små minskning i intensitet vid varje refl.

$$\Rightarrow I_t \approx I_0$$
$$I_{trt} \approx I_{tr}.$$

$$\Rightarrow I_{tr} \approx I_0\left(\frac{n_3-n_2}{n_3+n_2}\right)^2$$

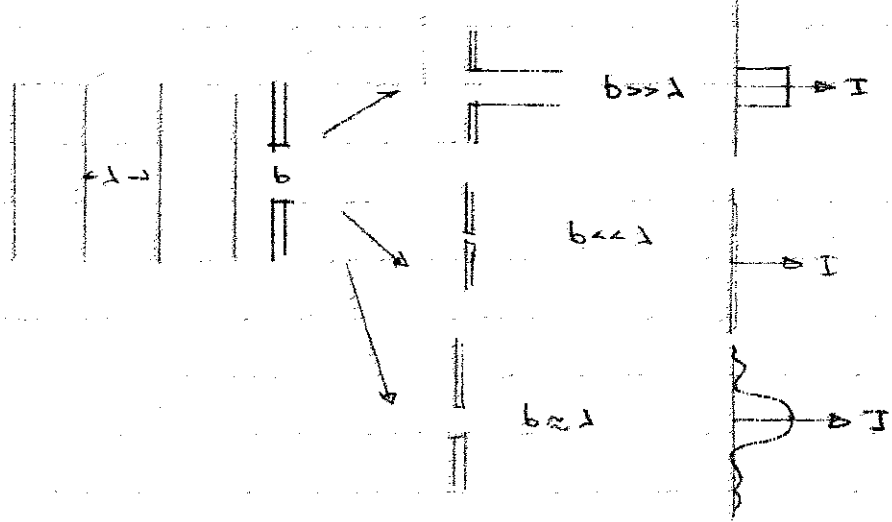
Utsläckning $I_r = I_{trt}$ $\Rightarrow \left(\frac{n_2-n_1}{n_2+n_1}\right)^2 = \left(\frac{n_3-n_2}{n_3+n_2}\right)^2$

$$\Rightarrow n_2 = \sqrt{n_1 \cdot n_3}$$

Böjning – diffraktion

Huygens princip: varje punkt på en vågfront utgör en källa för en sfärisk våg.

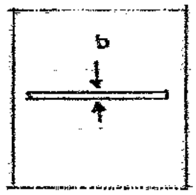
$\Rightarrow$ en plan våg fortsätter att vara plan om dess utsträckning (i sidled) inte begränsas.

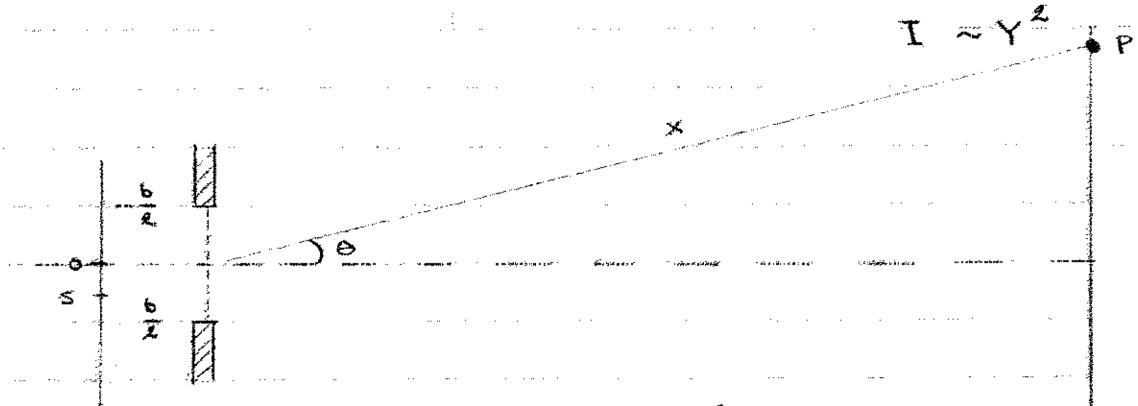


Långt ifrån ljuskälla/hinder kan vågorna anses vara plana.

Vi kommer att anta att så är fallet. Vi studerar specialfallet Fraunhoferdiffraktion: plan våg in & plan våg ut

Böjning i en spalt.





spalten består av små längdelement
ds som "strålar"
Beräkna resulterande störning i P!

Bidrag till störningen från ds i mitten av spalten (s=0)

0: $dy_0 = a \cdot ds \cdot \sin(\omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda})$

Bidrag från ds på avståndet s från spaltcentrum

s: $dy_s = a \cdot ds \cdot \sin\left[\omega t - \left(2\pi \frac{x}{\lambda} + 2\pi \frac{s \cdot \sin\theta}{\lambda}\right)\right]$

Hela spalten

$$Y = \int_{-b/2}^{b/2} dy_s$$

Knep: adden först parvis symmetriskt belägna spaltelement

$$dy = dy_s + dy_{-s} = a \cdot ds \left\{ \sin\left[\left(\omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda}\right) + 2\pi \frac{s \cdot \sin\theta}{\lambda}\right] + \right.$$

$$\left. + \sin\left[\left(\omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda}\right) - 2\pi \frac{s \sin\theta}{\lambda}\right]\right\} =$$

$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha \cdot \cos\beta$

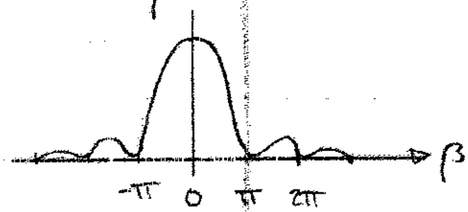
$$= 2a \cdot ds \ \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \int_0^{b/2} \cos 2\pi \frac{s \cdot \sin\theta}{\lambda} \, ds =$$

$$= a \cdot b \ \frac{\sin \frac{\pi b \cdot \sin\theta}{\lambda}}{\frac{\pi b \cdot \sin\theta}{\lambda}} \ \sin\left(\omega t - 2\pi \frac{x}{\lambda}\right)$$

sätt $a \cdot b = A_0$ och $\beta = \dfrac{\pi b \cdot \sin\theta}{\lambda}$

Vi har en θ-beroende amplitud $\therefore$ $A = A_0 \dfrac{\sin\beta}{\beta}$

$$\Rightarrow I_\theta \sim A_0^2 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$$



1) Rakt fram: $\theta = 0$

$\theta \to 0 \Rightarrow \beta \to 0$ $\qquad \lim_{\beta \to 0} \dfrac{\sin\beta}{\beta} = 1$

I rakt fram $= I_0 =$ maximum

$$\therefore I = I_0 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$$

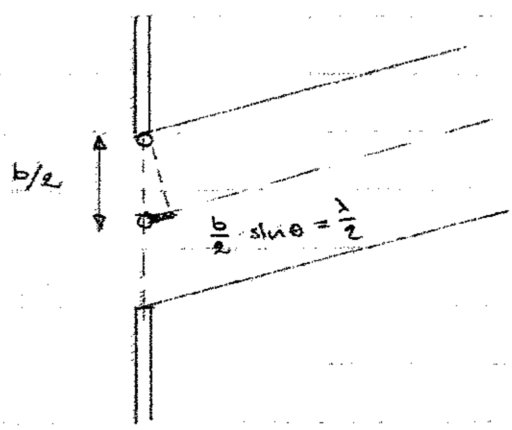
2) nollställen : $\beta = m\pi$ men $m \neq 0$

$\Downarrow$

$\sin\beta = 0$

ex $\beta = \pi \Rightarrow b \cdot \sin\theta = \lambda$

$\Rightarrow \dfrac{b}{2} \cdot \sin\theta = \dfrac{\lambda}{2}$



3) <u>sekundärmaxima</u>

$$\frac{dI}{d\beta} = 0 \Rightarrow \frac{d}{d\beta}\left(\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\beta^2 \cdot 2 \cdot \sin\beta\cos\beta - \sin^2\beta \cdot 2\beta}{\beta^4} = 0$$

$\Rightarrow \tan\beta - \beta = 0$ löses grafiskt.

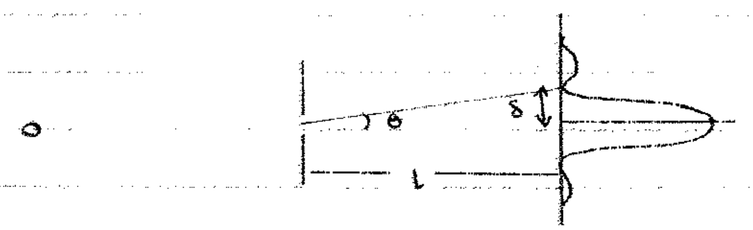
approximativt: $b \cdot \sin\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$

$m = 1$: $b \sin\theta = 3\frac{\lambda}{2}$

$m = 2$: $b \cdot \sin\theta = 5\frac{\lambda}{2}$

<u>Upplösningsförmåga</u>

Betrakta ett föremål t.ex. en stjärna på långt avstånd genom en spalt



stort b ger liten bildfläck

1:a min: $\left.\begin{array}{l} b \cdot \sin\theta = \lambda \\ \sin\theta \approx \frac{\delta}{l} \end{array}\right\} \Rightarrow \delta = \frac{\lambda}{b} \cdot l$

rund öppning: diameter D

$$\delta' = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D} \cdot l$$

Avbildning i fokalplanet ($l = f$)
Plana vågor $\Longrightarrow$

$$\Rightarrow \delta' = 1{,}22\,\frac{\lambda}{D} \cdot f$$

Två föremål är knappt upplösta om deras diffr. mönster är sådana att den enas principalmax. sammanfaller med den andras 1:a min Rayleighs kriterium