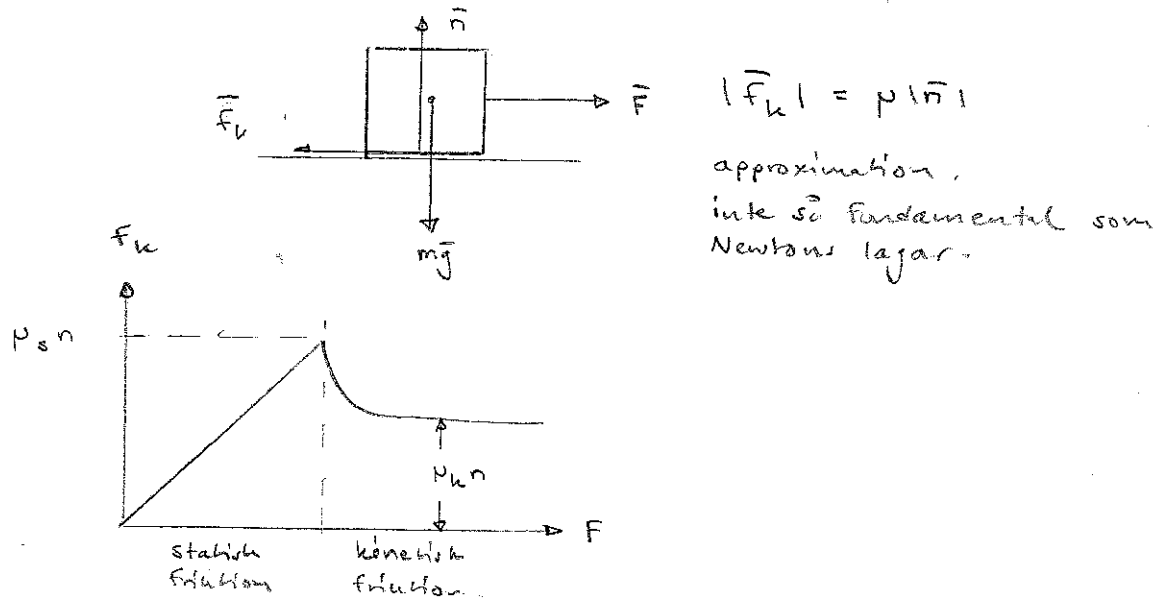


Friction

Friction är den kraft som motsätter sig att kroppar rör sig i förhållande till varandra. (komplex fenomen)



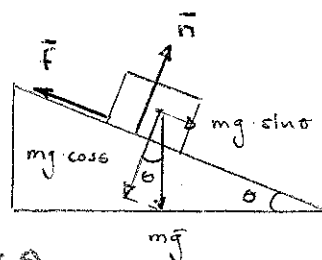
$\mu_s n$ = minsta kraften för att sätta två kroppar som initialt vilar mot varandra i rörelse.

Typiskt är $\mu_s > \mu_k$ μ_s och μ_k beror på kontaktytans beskaffenhet.

ex.	μ_s	μ_k	
stål mot stål	0,74	0,57	$\rightarrow n = 100 \text{ N} \Rightarrow \mu_s n = 74 \text{ N}$
Gummi mot betong	1,0	0,8	
Is mot is	0,1	0,03	
Vaxet trä mot välsmord trärunt	0,14	0,1 0,04	

ex. Statiska
fallet

$$\alpha = 0$$



$$\begin{cases} F_x = mg \sin \theta - f_s = 0 & (1) \\ F_y = n - mg \cos \theta = 0 & (2) \end{cases}$$

(2) ger $n = mg \cos \theta$

[Notera att n inte alltid är lika med $mg \cos \theta$!]

insätter i (1) $\Rightarrow n \frac{\sin \theta}{\cos \theta} - f_s = 0$

$$\Rightarrow f_s = n \cdot \tan \theta$$

Öka vinkeln θ till det kritiska värdet θ_c : $\mu_s n = n \tan \theta_c$

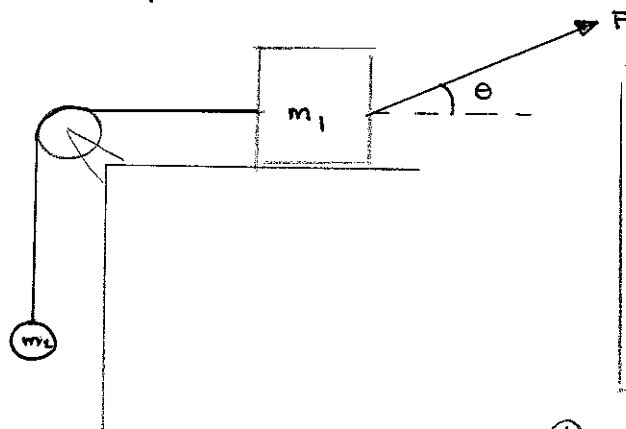
$$\Rightarrow \mu_s = \tan \theta_c$$

Om $\theta_c = 20^\circ \Rightarrow \mu_s = \tan 20^\circ = 0,364$

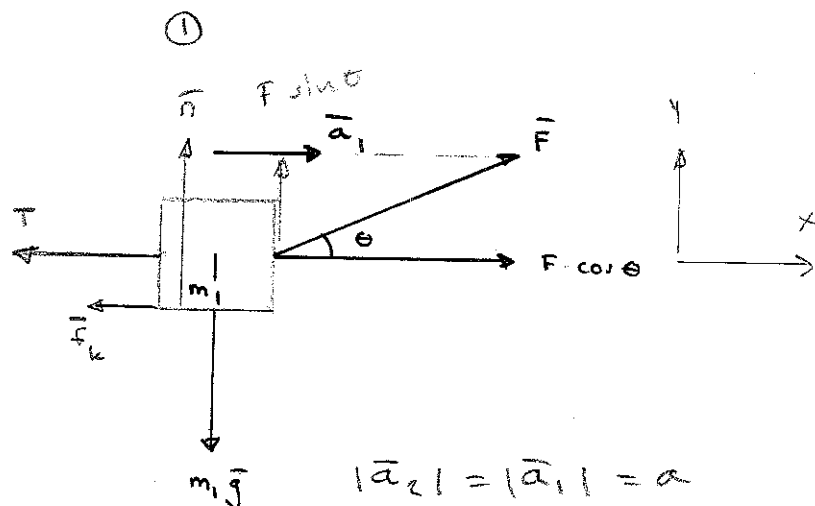
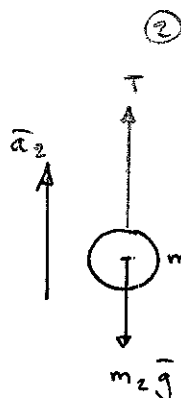
med friktion μn

6: ②

v)



Lägg märke till att vi har antagit rörelse i en viss riktning (positiva x-axelns riktning). Vi har då en friktionskraft på m_1 i negativ x-led. Vad händer om vi har gissat fel på rörelseriktningen? Se nedan!



①

$$\sum F_x = F \cos \theta - f_k - T = m_1 a$$

$$\sum F_y = n + F \sin \theta - m_1 g = 0$$

$$\Rightarrow n = m_1 g - F \sin \theta \quad \text{obs!} \neq m_1 g$$

②

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = T - m_2 g = m_2 a \Rightarrow \boxed{T = m_2(a + g)}$$

$$\boxed{f_k = \mu n = \mu(m_1 g - F \sin \theta)}$$

in i översta eqv.

$$F \cos \theta - \mu(m_1 g - F \sin \theta) - m_2(a + g) = m_1 a$$

$$\Rightarrow a = \frac{F(\cos \theta + \mu \sin \theta) - g(m_2 + \mu m_1)}{m_1 + m_2} \quad \text{③}$$

om a blir negativ vid insättning av värden i ③ så måste vi "börja om".
om m_1 rör sig längs neg. x-axeln så skrivs ① om enligt:

$$\left. \begin{array}{l} \sum F_x = T - F \cos \theta - f_k = m_1 a \\ \text{och ② blir} \\ \sum F_y = m_2 g - T = m_2 a \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{F(\mu \sin \theta - \cos \theta) + g(m_2 - \mu m_1)}{m_1 + m_2}$$

①

Energi och arbete

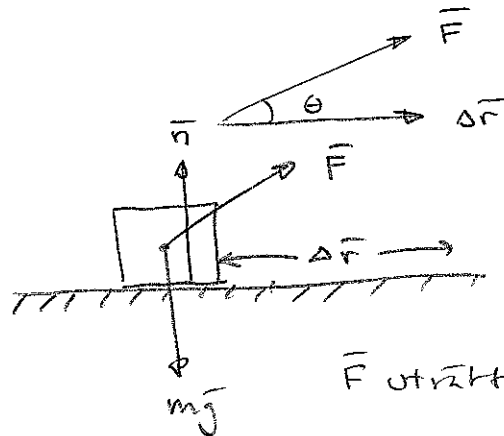
arbete $\boxed{dW \equiv \vec{F} \cdot d\vec{r}}$

Arbete som utförs av konstant kraft:

$$W = \int dW = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \cos \theta = F \cos \theta \cdot \int dr = F \Delta r \cos \theta$$

$$\therefore \boxed{W_{F=\text{konst}} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \theta}$$

ex.

 $\vec{F}$ utför arbete

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

$\vec{n}$ och $m\vec{g} \perp \Delta \vec{r}$
de utför inte nytt arbete

ex. Person som lyfter en låda:
oändligt långsamt $F \approx mg$

$$\vec{F}: W_F = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \Delta r = mgh$$

$$\vec{F} = m\vec{g} \uparrow \quad \Delta \vec{r} = h \cdot \hat{j}$$

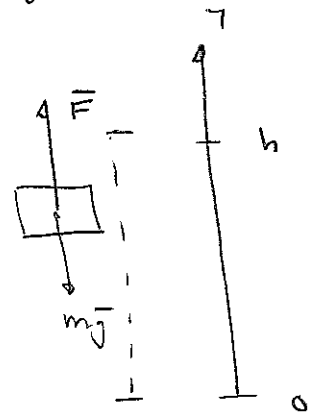
gravfältet:

$$W_g = m\vec{g} \cdot \Delta \vec{r} = (-m\vec{g} \uparrow) \cdot (h \uparrow) =$$

$$= -mgh$$

$$\therefore W_F = -W_g$$

$$\Rightarrow \boxed{W_F + W_g = 0}$$



(2)

Arbete som utförs av en varierande kraft

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

ex. Arbete som utförs av en fjäder (dvs av fjäderkraft)



$F_s \sim x$ (Hookfjäder)

$$\vec{F}_s = -kx \hat{x} \quad (\text{återställande kraft})$$

↑
s: spring

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx \hat{x}) \cdot dx \hat{x} = - \int_{x_i}^{x_f} kx dx =$$

$$= \frac{1}{2} kx_i^2 - \frac{1}{2} kx_f^2$$

$$\therefore x_i = 0 \quad x_f = x_{\max} \Rightarrow W_s = -\frac{1}{2} kx_{\max}^2 < 0$$

$$x_i = -x_{\max} \quad x_f = 0 \Rightarrow W_s = \frac{1}{2} kx_{\max}^2 > 0$$

Arbete som utförs av en yttre kraft som påverkar en fjäder.

$$\vec{F}_{app} = kx \hat{x} \quad \text{mickar långsamt förde}$$

$$W_{app} = \int_{x_i}^{x_f} (kx \hat{x}) \cdot dx \hat{x} = \frac{1}{2} kx_f^2 - \frac{1}{2} kx_i^2 = -W_s$$

(3)

Arbete och kinetisk energi

Antag att en kropp (partikel dvs punktformig) massa m påverkas av en nettokraft $\vec{F}_{\text{net}} = \sum \vec{F}$

I 1 dim

$$\vec{F}_{\text{net}} = \sum F_x = ma$$

$$W_{\text{net}} = \int_{x_i}^{x_f} \sum F_x \cdot dx = \int_{x_i}^{x_f} ma \, dx = \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dt} \cdot dx =$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot dx = \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dx} \cdot v \cdot dx =$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} m v \cdot dv = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

vi definierar kinetisk energi enligt

$$K \equiv \frac{1}{2} m v^2$$

$$\therefore \boxed{W = K_f - K_i = \Delta K}$$