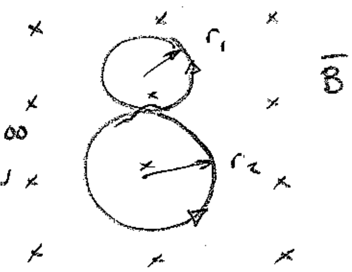
23.10

Ett stycke ledare har formats till en form som visas i figuren. Radierna är 5,00 cm den övre cirkeln och 9,00 cm för den undre. Ledaren har en resistans per längdenhet som är 3,00 ohm/m. Ett magnetfält riktat in i papperet appliceras vinkelrätt mot slingan. Detta magnetfält är inte konstant i tiden utan ökar med 2,00 T per sekund. Bestäm storleken och riktningen på den ström som induceras i slingan.

Lösning:

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \frac{dB}{dt} = +2{,}00 \text{ T/s}$$



$\sigma = 3{,}00\ \Omega/\text{m}$

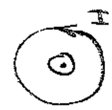
här: $N = 1$

Övre slingan:

$$\Phi_{B,ö} = B\cdot\pi r_1^2 \quad (\text{normalen till ytan} \parallel \bar{B})$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_ö = -\frac{d\Phi_{B,ö}}{dt} = -\pi r_1^2\frac{dB}{dt} = -\pi(5{,}00\cdot 10^{-2})^2\cdot 2 = -1{,}57\cdot 10^{-2}\text{ V}$$

Minustecknet ger en emf som vill driva en ström moturs så att den ökande fältstyrkan ⊗ minskas



Undre slingan:

$$\Phi_{B,u} = B\cdot\pi r_2^2$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_u = -\pi r_2^2\cdot\frac{dB}{dt} = -\pi\cdot(9{,}00\cdot 10^{-2})^2\, 2 = -5{,}09\cdot 10^{-2}\text{ V}$$

men: $\mathcal{E}_u$ vill driva fram en ström moturs i den undre kretsen, vilket innebär att de båda emf:arna motverkar varandra

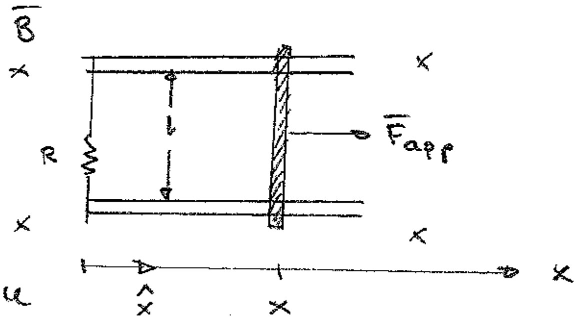
$$\mathcal{E}_{netto} = |\mathcal{E}_u| - |\mathcal{E}_ö| = 5{,}09 - 1{,}57 = 3{,}52\cdot 10^{-2}\text{ V}.$$

$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}_{netto}}{R} \\ R &= (2\pi r_1 + 2\pi r_2)\sigma = 2\pi(0{,}05 + 0{,}09)\cdot 3{,}00 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{3{,}52\cdot 10^{-2}}{2\pi(0{,}05+0{,}09)\cdot 3{,}00} = \underline{\underline{13{,}3 \text{ mA}}}$$

23.15

En metallstav, vars massa är m, glider utan friktion längs två parallella horisontella glidbanor såsom figuren visar. Den yttre kraften $\mathbf{F}_{app}$ verkar bara under en kort stund och ger metallstaven farten v. Bestäm den sträcka som metallstaven glider om ett magnetfält appliceras vinkelrätt mot horisontalplanet. Uttryck svaret i m, l, R, B och v.



Lösning:

v = utgångsfart

u = momentan fart

$$\Phi_B = l \cdot x \cdot B \Rightarrow \frac{d\Phi_B}{dt} = l \cdot B \cdot \frac{dx}{dt} = lBu$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = -lBu \quad \Rightarrow I = \frac{lBu}{R}$$

Vi har alltså en ledare med strömmen I. Ledaren befinner sig i ett magnetfält $\bar{B}$.

Vi får då en magnetisk kraft på ledaren $\bar{F}_B$ åt vä i figuren, där

$$F_B = B \cdot I \cdot l = B \frac{lBu}{R} \cdot l = \frac{B^2 l^2 u}{R}$$

$$\bar{F}_B = -F_B \hat{x}$$

$$\bar{u} = u \hat{x}$$

Newtons 2:a lag $\bar{F} = m\bar{a}$ ger

$$-F_B \hat{x} = m \frac{d}{dt}(u\hat{x}) = m \frac{du}{dt} \hat{x}$$

$$\Rightarrow -\frac{B^2 l^2 u}{R} = m \frac{du}{dt}$$

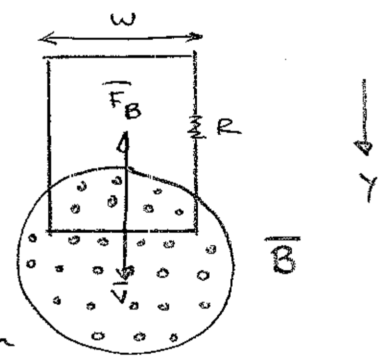
$$\Rightarrow \int_0^t -\frac{B^2 l^2}{Rm} dt = \int_v^u \frac{du}{u}$$

$$\Rightarrow \boxed{u = v\, e^{-\frac{B^2 l^2}{Rm} \cdot t}}$$

23.2[illegible]

En ledande rektangulär strömslinga med massan M, resistansen R och dimensionerna w gånger l faller, från stillastående, in i ett magnetfält **B** såsom visas i figuren. Magnetfältet är lokaliserat till det område som visas i figuren. Under tidsintervallet innan den översta delen av slingan når det magnetiska fältet uppnår slingan en toppfart v_T. Bestäm denna!

Lösning:



Situation när toppfarten uppnåtts.

$$Mg = F_B = I_T w B = \text{nettokraft}$$

tar ut varandra

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

N = 1

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -N \; w \cdot B \cdot \frac{dy}{dt} = -N w B \cdot v = -wBv$$

$$I_T = \frac{\mathcal{E}_T}{R} = -\frac{wBv_T}{R}$$

$$\therefore \quad Mg = \frac{wBv_T}{R} wB$$

$$\Rightarrow v_T = \frac{MgR}{B^2 w^2}$$

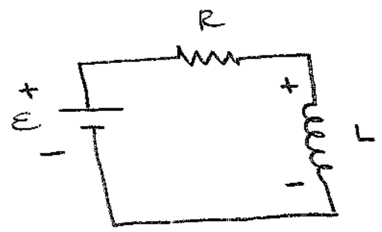
$v_T \sim R$ ty om R stor så blir strömmen liten och v_T måste bli stor för att $\mathcal{E}$ ska kunna driva fram en tillräckligt stor ström.

$v_T \sim B^{-2}$ ty om B är stort så ger en liten v stor flödesändring per tidsenhet. ⇒ stort $\mathcal{E}$
Detta ger stor ström.
F_B är prop. mot såväl I som B
$\therefore B^{-2}$.

23.43
En spole med luftkärna har 68 varv och längden 8,00 cm och diametern 1,20 cm. Hur mycket energi är lagrad i den om strömmen är 0,770 A?

Lösning:

Energi i en spole:



$$\varepsilon = IR + L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad I\varepsilon = I^2R + LI\frac{dI}{dt}$$

effekt levererad av batteriet

effektutv i motstånd

effektutv. i spolen

U_B = energin som är lagrad i spolen.

$$\therefore \quad \frac{dU_B}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \qquad dU_B = LI \cdot dI$$

$$U_B = \int_0^{U_B} dU_B = \int_0^I LI \cdot dI \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_B = \frac{1}{2}LI^2}$$

Spolens induktans

def. ekv. $\quad \varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -L\frac{dI}{dt} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{N\Phi_B}{I}$

Inuti spolen $\quad B \approx \mu_0 \frac{N}{l} I \quad \Rightarrow \quad \Phi_B = \mu_0 \frac{NA}{l} I$

$$\Rightarrow \quad L = \frac{N\mu_0 \frac{NA}{l} \cdot I}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = 8{,}21 \ \mu H$$

$$\Rightarrow \quad U_B = \frac{1}{2}\mu_0 \frac{N^2A}{l} I =$$

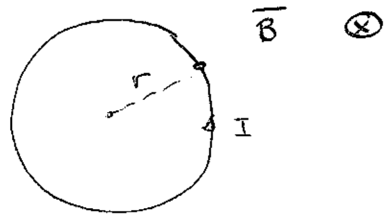
$$= \frac{1}{2} 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{68^2 \cdot (\pi \cdot 0{,}06^2)}{0{,}0800} \ 0{,}770 = 2{,}44 \cdot 10^{-6} \ J$$

23.53

En partikel vars massa är 2,00 10^{16} kg och som har en laddningen 30,0 nC startar från vila och accelereras av ett starkt elektriskt fält och avfyras från en liten källa i varas omgivning det finns ett homogent magnetfält med styrkan 0,600 T. Partikelns hastighet är vinkelrät mot magnetfältet. Partikelns cirkulära bana omsluter ett magnetiskt flöde som är 15,0 mikroweber.

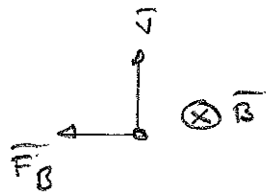
Bestäm partikelns fart samt hur stor potentialskillnaden är inne i den accelererande källan.

Lösning:



$$\Phi_B = BA = B\pi r^2$$

$$F_B = q\,\bar{v} \times \bar{B}$$



räta vinklar

Cirkulär centralkraft : $F_B = qvB = m\dfrac{v^2}{r}$

$$\Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

$$\therefore \Phi_B = B\pi\left(\frac{mv}{qB}\right)^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{\Phi_B q^2 B}{\pi m^2} = \frac{1{,}5\cdot 10^{-6}(30{,}0\cdot 10^{-9})^2 0{,}6}{\pi(2\cdot 10^{-16})^2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{v = 2{,}54\cdot 10^{5}\ m/s}}$$

Potentialskillnad i källan $= \Delta V$

$$q\cdot\Delta V = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{1}{2}\frac{v^2}{q} = \underline{\underline{215\,V}}$$

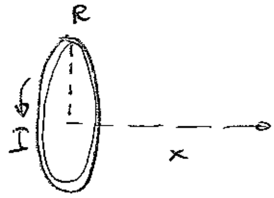
23.61
En platt cirkulär slinga ger inte ett helt homogent magnetfält inne i den area som den innesluter, men i detta problem kan vi anta att så är fallet.

a. Beräkna självinduktansen L för en platt, kompakt cirkulär slinga under antagandet att B-fältet är homogent inuti den.

b. En slinga på ett laboratoriebord består av ett 1,5 V batteri, ett 250 ohmsmotstånd och tre 30 cm långa sladdar som förbinder dessa. Antag att kretsen är cirkulär och beräkna självinduktansen.

c. Beräkna tidskonstanten som beskriver hur snabbt strömmen ökar när man sluter kretsen.

Lösning:



Vi har härlett ett B på axeln till en cirkulär slinga ger av

$$B = \frac{N\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}} = (x=0) = \frac{N\mu_0 I}{2R}$$

Slingan (med strömmen I) genererar ett flöde

$$\Phi_B = BA = \frac{N\mu_0 I}{2R}\pi R^2 = \frac{\pi}{2} N\mu_0 I R$$

När strömmen ändras

$$\Rightarrow \mathcal{E}_L = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -N\frac{\pi}{2}N\mu_0 R\frac{dI}{dt} =$$

$$= -L\frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{\pi}{2}N^2\mu_0 R}$$

b) b = sladdlängden $= 0{,}30$ m

$$2\pi R = 3b$$

$$\Rightarrow R = \frac{3}{2}\frac{b}{\pi} = 0{,}14 \text{ m}$$

$$\Rightarrow L = \frac{\pi}{2}\cdot 1\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 0{,}14 = 2{,}8\cdot 10^{-7}\text{ H}.$$

c) $$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left[1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right] = \frac{\mathcal{E}}{R}\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$$

$$\tau \equiv \frac{L}{R} = \frac{2{,}8\cdot 10^{-7}}{270} = \underline{\underline{1{,}0\cdot 10^{-9}\text{ s}}}$$