2. En Y-konstruktion har tre identiska 10, 0 cm långa kopparben som har tvärsnittsarean 1,0 kvadratcentimeter. Två av benen är förbundna (i toppen av Y:et) med ett aluminiumblock, vars massa är 70,0 kg. Det tredje benets ände hålls vid temperaturen 20 grader Celsius. Hela anordningen befinner sig i vakuum och strålningsförlusterna kan försummas. Dessutom görs approximationen att den energi som åtgår för att värma upp kopparbenen kan försummas. Hur lång tid tar det för aluminiumblocket att nå temperaturen 60 grader Celsius om dess begynnelsetemperatur är 100 grader Celsius?

Lösning:

$c_{Al} = 903$ J/kg·K

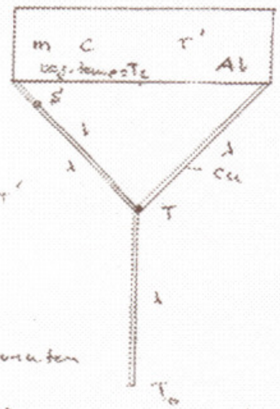
$\lambda_{Cu} = 400$ W/m·K

Givet: $l = 10{,}0$ cm $\quad m = 70{,}0$ kg

$S = 1{,}0$ cm² $\quad T_0 = 20°C$ (konstant)

$T_2 = 100°C$

Sökt: t för $T' = 60°C = T_3$



Sänkning av Al-blockets temperatur dT' kräver värmetransport

$$dQ = m \cdot c \cdot dT' \Rightarrow -\frac{dQ}{dt} = -mc\,\frac{dT'}{dt}$$

Värmen leds genom Cu-benen (2 ben)

$$-\frac{dQ}{dt} = \lambda_{Cu} 2S\,\frac{T'-T}{l} \qquad T = \text{temp i knutpunkten}$$

Såväl T' som T varierar. Hur är relationen mellan T, T' och T_0?

Vid knutpunkten: värmeflöde in = värmeflöde ut

$$\Rightarrow 2\lambda S\,\frac{T'-T}{l} = \lambda S\,\frac{T-T_0}{l} \Rightarrow 2T' - 2T = T - T_0$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{3}(2T' - T_0) \Rightarrow T' - T = \frac{1}{3}(T' - T_0)$$

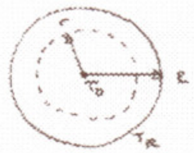
$$\therefore -mc\,\frac{dT'}{dt} = 2\lambda S\,\frac{\frac{1}{3}(T'-T_0)}{l} \Rightarrow \int_0^t dt = -\frac{3mcl}{2\lambda S}\int_{T_2}^{T_3}\frac{dT'}{T'-T_0}$$

$$\Rightarrow t = -\frac{3mcl}{2\lambda S}\,\ln\frac{T_3-T_0}{T_2-T_0} = -\frac{3 \cdot 70{,}0 \cdot 903 \cdot 0{,}10}{2 \cdot 400 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-4}} \cdot \underbrace{\ln\frac{60-20}{100-20}}_{\ln\frac{1}{2}} =$$

$$= 1{,}643 \cdot 10^5 \text{ s} = \underline{45{,}6 \text{ h}}$$

7. Ett klot av uran har radien R=100 mm. På grund av klyvning av atomkärnor genereras värme uniformt i hela klotet så att varje sekund utvecklas 70 mJ/mol. Uran har värmeledningsförmågan 46 W/m K.
Hur stor blir temperaturskillnaden mellan klotets centrum och dess periferi?

Lösning:



Givet: $\lambda = 46\ W/m\cdot k$

$R = 100\ mm$

$P/mol = 70\ mW$

Sökt: $\Delta T = T_0 - T_R$

Ur tabell: $\rho = 18{,}7 \cdot 10^3\ kg/m^3$

atomvikt $u = 238u = 238 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ kg = m_{atom}$

Innanför radien r har vi volymen $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

Denna volym innehåller massan $M(r) = \rho\, V(r)$

Antal atomer i $M(r)$: $N(r) = \frac{M(r)}{m_{atom}} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{m_{atom}}$

Antal mol inom radien r $n'(r) = \frac{N(r)}{N_A} = \frac{4\pi r^3 \rho}{3 \cdot m_{atom} \cdot N_A}$

Total effektutveckling inom radien r $P(r) = n'(r) \cdot \frac{P}{mol}$

$$\left.\begin{aligned} P(r) &= -\lambda \cdot S \cdot \frac{dT}{dr} \\ S &= 4\pi r^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow P(r) = -\lambda \cdot 4\pi r^2 \cdot \frac{dT}{dr}$$

$$\therefore \frac{4\pi r^3 \cdot \rho \left(\frac{P}{mol}\right)}{3 \cdot m_{atom} \cdot N_A} = -\lambda\, 4\pi r^2 \frac{dT}{dr}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho\,(P/mol)}{3 \cdot m_{atom} \cdot N_A} \int_0^R r \cdot dr = -\lambda \int_{T_0}^{T_R} dT$$

$$\Rightarrow \frac{\rho\,(P/mol)}{3 \cdot m_{atom}\, N_A \cdot \lambda} \frac{1}{2} R^2 = -(T_R - T_0) = T_0 - T_R$$

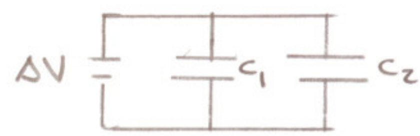
$$\Rightarrow T_R - T_0 = \frac{18{,}7 \cdot 10^3 \cdot 70 \cdot 10^{-3} \cdot (100 \cdot 10^{-3})^2}{6 \cdot 238 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \cdot \text{[illegible]}} = \underline{\underline{0{,}20\ K}}$$

20.49

Två kondensatorer med kapacitanserna 25,0 mikrofarad och 5,00 mikrofarad parallellkopplas och laddas upp med hjälp av en 100-volts spänningskälla.
Rita kretsen och beräkna den totala energin som är lagrad i de två kondensatorerna.
Hur stor skulle potentialskillnaden kondensatorerna om de hade kopplats i serie om de skulle innehålla lika mycket energi som i det föregående fallet?

Lösning:

Parallellkoppling: $\Delta V = 100\ V$

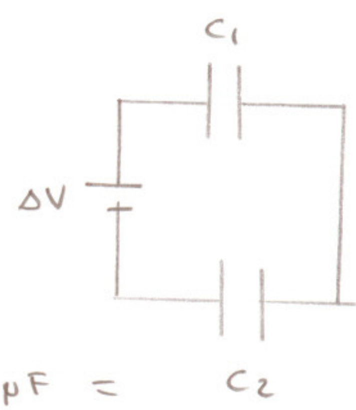


$$C_p = C_1 + C_2 = (25{,}0 + 5{,}00)\ \mu F = 30{,}0\ \mu F$$

Potentiell energi i kondensatorn: $U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 =$

$$= \frac{1}{2}\, 30{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 100^2\ J = \underline{\underline{0{,}150\ J}}$$

Seriekoppling:



$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\Rightarrow C_s = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{25{,}0 \cdot 5{,}00}{30{,}0}\ \mu F =$$

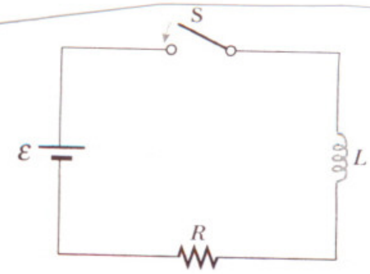
$$= 4{,}17\ \mu F$$

$$U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 \rightarrow \Delta V = \sqrt{\frac{2U}{C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}150}{4{,}17 \cdot 10^{-6}}}\ V =$$

$$= 1830\ V = \underline{\underline{1{,}83 \cdot 10^3\ V}}$$

23.

36. For the *RL* circuit shown in Figure P23.35, let the inductance be 3.00 H, the resistance 8.00 Ω, and the battery emf 36.0 V. (a) Calculate the ratio of the potential difference across the resistor to the voltage across the inductor when the current is 2.00 A. (b) Calculate the voltage across the inductor when the current is 4.50 A.



Lösning:

a) $$\Delta V_R = IR = 8{,}00 \cdot 2{,}00 = 16{,}00\ V$$

$$\Delta V_L = \varepsilon - \Delta V_R = 36{,}0 - 16{,}0 = 20{,}0$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V_R}{\Delta V_L} = \frac{16}{20} = 0{,}8$$

b) $$I = 4{,}50\ A \Rightarrow \Delta V_R = 8{,}00 \cdot 4{,}50 = 36{,}0\ V$$

$$\Rightarrow \Delta V_L = 0\ V$$

38. When the switch in Figure P23.35 is closed, the current takes 3.00 ms to reach 98.0% of its final value. If $R = 10.0\ \Omega$, what is the inductance?

$$I = I_{max}\left[1 - e^{-t/\tau}\right] \quad \text{där} \quad \tau \equiv \frac{L}{R}$$

litet τ innebär snabbt uppnådd max ström.

$$t = 3{,}00\ ms : \quad I = 0{,}98\ I_{max}$$

$$\Rightarrow 1 - e^{-t/\tau} = 0{,}98 \Rightarrow e^{-t/\tau} = 0{,}02$$

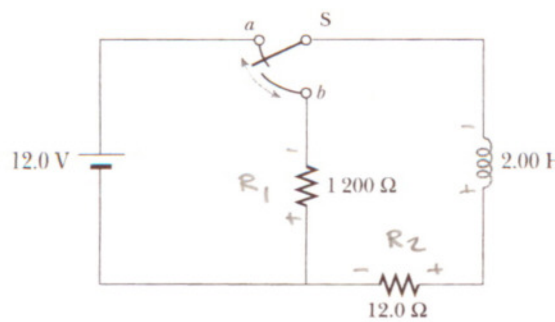
$$\Rightarrow -t/\tau = \ln 0{,}02 \Rightarrow \tau = \frac{-t}{\ln 0{,}02} =$$

$$= \frac{-3{,}00 \cdot 10^{-3}}{\ln 0{,}02} = 7{,}67 \cdot 10^{-4}\ s = \frac{L}{R}$$

$$\Rightarrow L = \tau \cdot R = 7{,}67 \cdot 10^{-4} \cdot 10 = \underline{\underline{7{,}67\ mH}}$$

23 .

40. One application of an *RL* circuit is the generation of time-varying high voltage from a low-voltage source as shown in Figure P23.40. (a) What is the current in the circuit a long time after the switch has been in position *a*? (b) Now the switch is thrown quickly from *a* to *b*. Compute the initial voltage across each resistor and across the inductor. (c) How much time elapses before the voltage across the inductor drops to 12.0 V?



Lösning :

a) ström i kretsen med S i position a $t \to \infty$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_2} = \frac{12{,}0}{12{,}0}\ \text{A} = \underline{1{,}0\ \text{A}}$$

b) sätt S i position b !

$I_0 = 1{,}00$ A

$\Delta V_2 = 12\text{V}$ $\quad\quad \Delta V_1 = 1{,}00 \cdot 1200 = 1200\text{V}$

$\therefore\ \Delta V_L = 1200 + 12 = 1221\text{ V}$

c) urladdning av induktans

$$I = \underset{I_0}{I_{max}}\, e^{-t/\tau}$$

Tid innan $\Delta V_L = 12{,}0\text{V}$:

$I = \frac{12{,}0}{1212}$ A när $\Delta V_L = 12{,}0\text{V}$

$$\Rightarrow \frac{12{,}0}{1212} = 1{,}0 \cdot e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow t/\tau = \ln \frac{1212}{12}$$

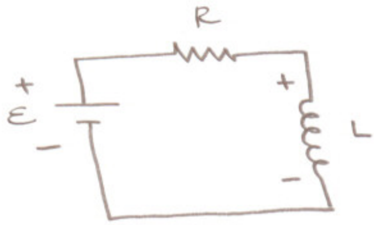
$$\Rightarrow t = \tau \cdot \ln \frac{1212}{12} = \frac{L}{R} \ln \frac{1212}{12} = \frac{2{,}00}{1212} \cdot \ln \frac{1212}{12}\ \text{s} =$$

$$= \underline{\underline{7{,}62\ \text{m/s}}}$$

23.43
En spole med luftkärna har 68 varv och längden 8,00 cm och diametern 1,20 cm. Hur mycket energi är lagrad i den om strömmen är 0,770 A?

Lösning:

Energi i en spole:



$$\varepsilon = IR + L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad I\varepsilon = I^2R + LI\frac{dI}{dt}$$

effekt levererad av batteriet

effektutv i motstånde

effektutv. i spolen

U_B = energin som är lagrad i spolen.

$$\therefore \quad \frac{dU_B}{dt} = LI\frac{dI}{dt} \qquad dU_B = LI \cdot dI$$

$$U_B = \int_0^{U_B} dU_B = \int_0^{I} LI \cdot dI \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_B = \frac{1}{2}LI^2}$$

Spolens induktans

def. ekv. $\quad \varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -L\frac{dI}{dt} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{N\Phi_B}{I}$

Inuti spolen $\quad B \approx \mu_0 \frac{N}{l} I \quad \Rightarrow \quad \Phi_B = \mu_0 \frac{NA}{l} I$

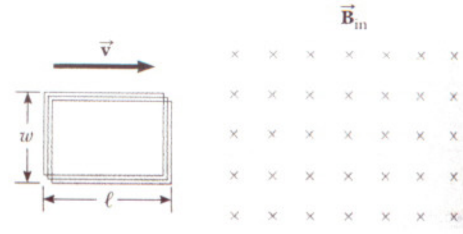
$$\Rightarrow \quad L = \frac{N\mu_0 \frac{NA}{l} \cdot I}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = 8{,}21\ \mu H$$

$$\Rightarrow \quad U_B = \frac{1}{2}\mu_0 \frac{N^2A}{l} I =$$

$$= \frac{1}{2} 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{68^2 \cdot (\pi \cdot 0{,}06^2)}{0{,}0800} \cdot 0{,}770 = \underline{\underline{2{,}44 \cdot 10^{-6}\ J}}$$

23.22

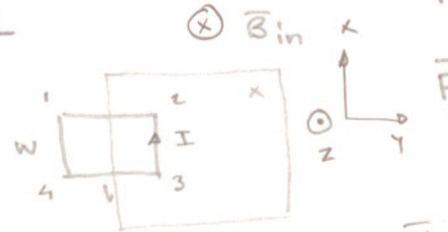
22. A rectangular coil with resistance R has N turns, each of length ℓ and width w as shown in Figure P23.22. The coil moves into a uniform magnetic field $\vec{\mathbf{B}}$ with constant velocity $\vec{\mathbf{v}}$. What are the magnitude and direction of the total magnetic force on the coil (a) as it enters the magnetic field, (b) as it moves within the field, and (c) as it leaves the field?



Lösning:

resistans: R antal varv: N

a)



$\bar{F}_B = NI\,\bar{l} \times \bar{B}$ här

$\bar{F}_B = NI \cdot \bar{w} \times \bar{B}_{in}$

$\bar{w}$ // strömriktningen i 2-3

När spolen kommer in i området med $\bar{B}_{in}$ induceras en ström som ska motverka ökningen av flödet dvs ge ett $\bar{B}_{ind}$ riktat $\odot$ inne i spolen

∴ ström moturs.

Storlek på strömmen:

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{E} &= IR \\ \mathcal{E} &= N\frac{d\phi_B}{dt} = NW \cdot v\,B_{in} \end{aligned}\right\} \Rightarrow I = \frac{NWvB_{in}}{R}$$

$$F_B = NIwB_{in} = N\frac{NwvB_{in}}{R} \cdot wB_{in} = \boxed{\frac{N^2w^2B_{in}^2}{R}v}$$

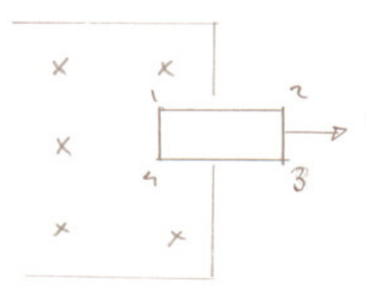
$$\bar{F}_B // \bar{w} \times \bar{B}_{in} = (w\hat{y}) \times (B_{in}(-\hat{z})) = wB_{in}(-\hat{x})$$

∴ $\bar{F}_B$ riktad åt vänster.

b) hela spolen inne i magnetfältet $\Rightarrow \phi_B$ konstant

$\Rightarrow I = 0 \Rightarrow F_B = 0$

c) På väg ut:



Nu induceras en ström som ger ett magnetfält som är riktat in i pappret i spolen

∴ strömmen i 4-1 är riktad ↑

∴ strömmen medurs.

$\bar{F}_B$ i c) $= \bar{F}_B$ i a)