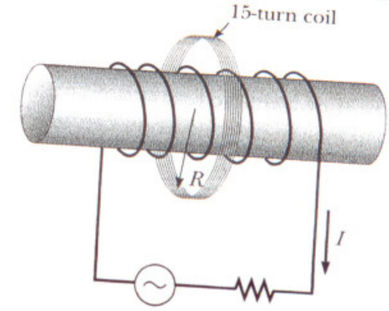
23.6

6. A coil of 15 turns and radius 10.0 cm surrounds a long solenoid of radius 2.00 cm and 1.00×10^3 turns/m (Fig. P23.6). The current in the solenoid changes as $I = (5.00\text{ A}) \sin(120t)$. Find the induced emf in the 15-turn coil as a function of time.



Lösning:

I ger upphov till ett magnetfält inne i solenoiden enligt

$$B = \mu_0 n I$$

Detta resulterar i ett magnetiskt flöde inne i solenoiden

$$\Phi_B = B \cdot \pi r_{solenoid}^2$$

Om I hade varit konstant hade inte någon $\mathcal{E}$ inducerats i den 15-varviga spolen.

Nu vet vi att strömmen varierar i tiden enligt

$$I = I_0 \cdot \sin \omega t \qquad I_0 = 5{,}00 \text{ A} \quad , \omega = 120 \text{ rad/s}$$

Flöde genom spolen

$$\Phi_{B2} = \Phi_B = \pi r_{sol}^2 \mu_0 n \frac{dI}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \qquad N = \text{antalet varv} = 15$$

$$\frac{dI}{dt} = \omega I_0 \cos \omega t$$

$$\therefore \quad \mathcal{E} = -N \pi r_{sol}^2 \mu_0 n \omega I_0 \cos \omega t =$$

$$= -15 \pi \cdot 0{,}02^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1{,}00 \cdot 10^3 \cdot 120 \cdot 5{,}00 \cdot \cos \omega t =$$

$$= -0{,}0142 \cdot \cos \omega t \text{ (V)} \quad = \underline{\underline{-14{,}2 \cdot \cos \omega t \text{ mV}}}.$$

23.10

Ett stycke ledare har formats till en form som visas i figuren. Radierna är 5,00 cm den övre cirkeln och 9,00 cm för den undre. Ledaren har en resistans per längdenhet som är 3,00 ohm/m. Ett magnetfält riktat in i papperet appliceras vinkelrätt mot slingan. Detta magnetfält är inte konstant i tiden utan ökar med 2,00 T per sekund. Bestäm storleken och riktningen på den ström som induceras i slingan.

Lösning:

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad \frac{dB}{dt} = +2{,}00\ \text{T/s} \qquad \sigma = 3{,}00\ \Omega/\text{m}$$

här: $N = 1$

övre slingan: $\Phi_{B,\ddot{o}} = B \cdot \pi r_1^2$ (normalen till ytan // $\bar{B}$)

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{\ddot{o}} = -\frac{d\Phi_{B,\ddot{o}}}{dt} = -\pi r_1^2 \frac{dB}{dt} = -\pi(5{,}00\cdot 10^{-2})^2 \cdot 2 = $$
$$= -1{,}57 \cdot 10^{-2}\ \text{V}$$

Minustecknet ger en emf som vill driva en ström moturs så att den ökande fältstyrkan ⊗ minskas

undre slingan:

$$\Phi_{B,u} = B \cdot \pi r_2^2$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_u = -\pi r_2^2 \cdot \frac{dB}{dt} = -\pi \cdot (9{,}00\cdot 10^{-2})^2 \cdot 2 =$$
$$= -5{,}09 \cdot 10^{-2}\ \text{V}$$

men: $\mathcal{E}_u$ vill driva fram en ström moturs i den undre kretsen, vilket innebär att de båda emf:arna motverkar varandra

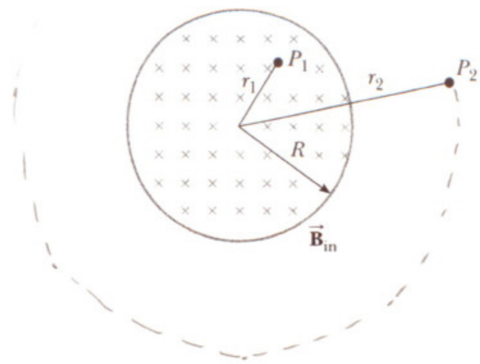
$$\mathcal{E}_{netto} = |\mathcal{E}_u| - |\mathcal{E}_{\ddot{o}}| = 5{,}09 - 1{,}57 = 3{,}52 \cdot 10^{-2}\ \text{V}.$$

$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}_{netto}}{R} \\ R &= (2\pi r_1 + 2\pi r_2)\sigma = 2\pi(0{,}05 + 0{,}09)\cdot 3{,}00 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = \frac{3{,}52\cdot 10^{-2}}{2\pi(0{,}05+0{,}09)\cdot 3{,}00} = \underline{\underline{13{,}3\ \text{mA}}}$$

23.26

26. For the situation shown in Figure P23.25, the magnetic field changes with time according to the expression $B = (2.00t^3 - 4.00t^2 + 0.800)$ T and $r_2 = 2R = 5.00$ cm. (a) Calculate the magnitude and direction of the force exerted on an electron located at point P_2 when $t = 2.00$ s. (b) At what time is this force equal to zero?



Lösning:

När $\bar{B}_{in}$ ändras induceras ett elektriskt fält $\bar{E}$ sådant att

$$\oint \bar{E} \circ d\bar{s} = \mathcal{E} \Rightarrow 2\pi r_2 \cdot E = \mathcal{E}$$

där

$$|\mathcal{E}| = \frac{d\phi_B}{dt} = \pi R^2 \cdot \frac{dB}{dt}$$

$$B = \left[2{,}00 \cdot t^3 - 4{,}00\, t^2 + 0{,}800\right] \text{T}$$

(konstanterna har enheterna
$2{,}00\ \text{T/s}^3$
$4{,}00\ \text{T/s}^2$
$0{,}800$ dim.lös.)

$$\Rightarrow E = \frac{\cancel{\pi} R^2 \frac{dB}{dt}}{2\cancel{\pi} r_2} =$$

$$= \frac{R^2}{2r_2}\left[6{,}00\, t^2 - 8{,}00\, t\right] \text{V/m}$$

$$\frac{R}{4} = \frac{0{,}025}{4}$$

$t = 2{,}00$ s, $r_2 = 2R$

$$\Rightarrow E(P_2) = \frac{R^2}{2(2R)}\left(6{,}00 \cdot 2{,}00^2 - 8{,}00 \cdot 2{,}00\right) =$$

$$F = q \cdot E = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{0{,}025 \cdot 8{,}00}{4} = \underline{\underline{8{,}00 \cdot 10^{-21}\ \text{N}}}$$

b) $F = 0$ då $\frac{dB}{dt} = 0 \Rightarrow 6{,}00 \cdot t^2 = 8{,}00\, t$

$$\Rightarrow t = 0,\ t = \frac{8}{6}\ \text{s} = \underline{\underline{1{,}33\ \text{s}}}$$

23.

52. A bar of mass m, length d, and resistance R slides without friction in a horizontal plane, moving on parallel rails as shown in Figure P23.52. A battery that maintains a constant emf $\mathcal{E}$ is connected between the rails, and a constant

magnetic field $\vec{\mathbf{B}}$ is directed perpendicularly to the plane of the page. Assuming that the bar starts from rest, show that at time t it moves with a speed

$$v = \frac{\mathcal{E}}{Bd}\left(1 - e^{-B^2 d^2 t/mR}\right)$$

$$\bar{F} = I\,\bar{l} \times \bar{B}$$

$$\bar{l} = l(-\hat{y})$$

$$\bar{B} = B\hat{z}$$

$$(-\hat{y}) \times \hat{z} = -\hat{x}$$

$$\bar{F} \parallel -\hat{x}$$

Lösning:

$$I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_{ind}}{R} \qquad \text{där} \quad \mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(BA) =$$

$$= -B v \cdot d$$

kraft på staven:

$$F = ma = m\frac{dv}{dt} = IBd$$

$\mathcal{E}$ och $\mathcal{E}_{ind}$ motverka varandra

$$m\frac{dv}{dt} = Bd\,\frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_{ind}}{R} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{Bd}{mR}(\mathcal{E} - Bv \cdot d)$$

sätt $u = \mathcal{E} - Bdv \Rightarrow \frac{du}{dt} = -Bd\frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{Bd}\frac{du}{dt}$

$$\Rightarrow \frac{du}{dt} = -\frac{(Bd)^2}{mR}u \Rightarrow \frac{du}{u} = -\frac{(Bd)^2}{mR} \cdot dt$$

$$\Rightarrow \int_{u_0}^{u} \frac{du}{u} = -\frac{(Bd)^2}{mR}\int_0^t dt \Rightarrow \ln\frac{u}{u_0} = -\frac{(Bd)^2}{mR} \cdot t$$

$$\Rightarrow u = u_0 e^{-(B^2d^2/mR)\cdot t} = u_0 e^{-at}$$

$u = \mathcal{E} - Bdv \qquad v = 0$ då $t = 0 \Rightarrow u_0 = \mathcal{E}$

$$\Rightarrow \mathcal{E} - Bdv = \mathcal{E}\,e^{-at} \Rightarrow +Bdv = \mathcal{E}\left[1 - e^{-at}\right]$$

$$\Rightarrow v = \frac{\mathcal{E}}{Bd}\left[1 - e^{-at}\right]$$

23.61

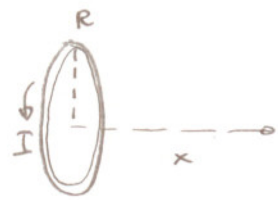
En platt cirkulär slinga ger inte ett helt homogent magnetfält inne i den area som den innesluter, men i detta problem kan vi anta att så är fallet.

a. Beräkna självinduktansen L för en platt, kompakt cirkulär slinga under antagandet att B-fältet är homogent inuti den.

b. En slinga på ett laboratoriebord består av ett 1,5 V batteri, ett 250 ohmsmotstånd och tre 30 cm långa sladdar som förbinder dessa. Antag att kretsen är cirkulär och beräkna självinduktansen.

c. Beräkna tidskonstanten som beskriver hur snabbt strömmen ökar när man sluter kretsen.

Lösning:



Vi har härlett att B på axeln till en cirkulär slinga ges av

$$B = \frac{N\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}} = (x=0) = \frac{N\mu_0 I}{2R}$$

Slingan (med strömmen I) genererar ett flöde

$$\Phi_B = BA = \frac{N\mu_0 I}{2R}\pi R^2 = \frac{\pi}{2}N\mu_0 IR$$

När strömmen ändras

$$\Rightarrow \mathcal{E}_L = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -N\frac{\pi}{2}N\mu_0 R\frac{dI}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{\pi}{2}N^2\mu_0 R}$$

b) $b =$ sladdlängden $= 0{,}30$ m

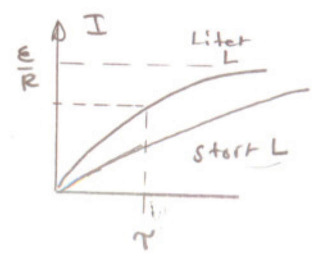
$$2\pi R = 3b$$

$$\Rightarrow R = \frac{3}{2}\frac{b}{\pi} = 0{,}14 \text{ m}$$

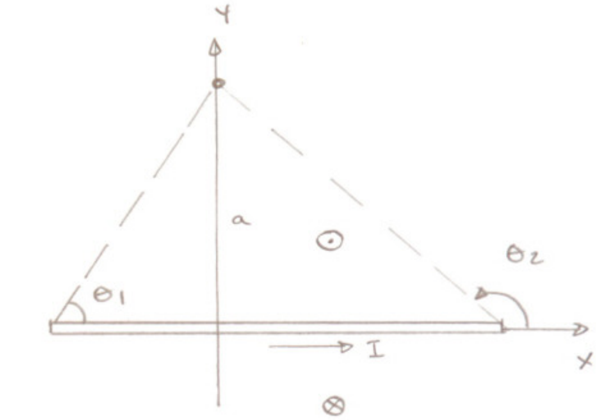
$$\Rightarrow L = \frac{\pi}{2}\cdot 1\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 0{,}14 = 2{,}8\cdot 10^{-7} \text{ H.}$$

c) $$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left[1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right] = \frac{\mathcal{E}}{R}\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$$

$$\tau \equiv \frac{L}{R} = \frac{2{,}8\cdot 10^{-7}}{270} = \underline{\underline{1{,}0\cdot 10^{-7}\text{ s}}}$$

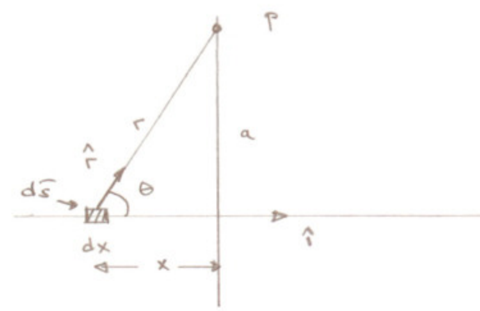


22.52



Biot-Savarts lag:

$$d\bar{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\bar{s} \times \hat{r}}{r^2}$$



$d\bar{s} = dx\,\hat{i}$ $\qquad |d\bar{s} \times \hat{r}| = dx \cdot \sin\theta$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dx \cdot \sin\theta}{r^2}$$

i form av dx.

Tre variabler: x, θ och r.

Uttryck x och r i θ!

r: $\quad r \cdot \sin\theta = a \quad \Rightarrow \quad r = \frac{a}{\sin\theta}$

dx: $\quad \tan\theta = \frac{a}{x} \quad \Rightarrow \quad x = a \cdot \cot\theta \quad \Rightarrow \quad dx = a \cdot d\theta \frac{1}{\sin^2\theta}$

$$\therefore \quad dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a \cdot d\theta \frac{1}{\sin^2\theta} \cdot \sin\theta}{a^2 \frac{1}{\sin^2\theta}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \sin\theta \cdot d\theta$$

$$B = \int_{\theta_1}^{\theta_2} dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \cdot d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left[-\cos\theta\right]_{\theta_1}^{\theta_2} = \underline{\underline{\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)}}$$

b) Oändligt lång ledare: $\theta_1 \to 0$, $\theta_2 \to \pi$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left[\overbrace{\cos 0 - \cos\pi}^{=2}\right] = \underline{\underline{\frac{\mu_0 I}{2\pi a}}}$$