

Välkommen till den andra delen av  
FYSIK FÖR INGENJÖRER för I.  
(FFY 612, 5 p)

Den innehåller två huvudmoment:

Termodynamik  
samt  
Elektriska och magnetiska fält

Föreläsningssanteckningarnas syfte är att vara ett komplement till läroboken för att göra det lättare att tillgodogöra sig undervisningen. Beteckningar och upplägg är anpassat till SERWAY'S PRINCIPLES OF PHYSICS (4 upplagan), men följer inte boken slaviskt. Dessutom förbehåller jag mig rätten att göra avsteg från mina egna föreläsningssanteckningar på föreläsningarna. Det skulle bli trist om jag oavsett nya idéer och förslag till ändring av upplägg skulle vara helt bunden till i förväg nedskrivna rader. Synpunkter mottages med tacksamhet.

Augusti/september 2006  
Åke Fältdt

---

# Termodynamik

## INLEDNING:

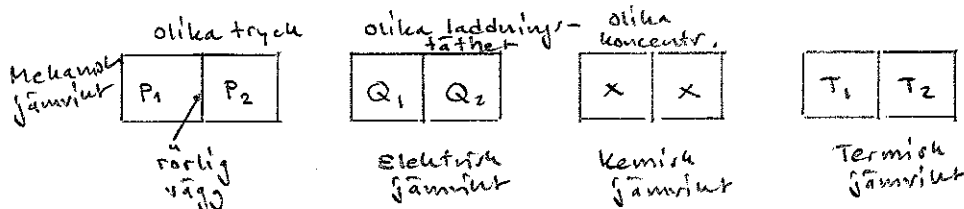
Termodynamiken handlar om överföring av energi mellan olika system och vilka konsekvenser detta får för olika egenskaper hos systemen. Exempelvis ändras kan deras temperaturer ändras. Vi kommer att behandla olika typer av system; fasta kroppar, vätskor och gaser. Ett system som vi kommer att betrakta ofta är den ideala gasen.

Vanligen betraktas system med oerhört många partiklar. Detta gör det omöjligt att betrakta varje enskild partikel. Därför måste vi använda statistiska metoder (medelvärden, fördelningsfunktioner mm) för att beskriva och förklara olika fenomen.

## TEMPERATUR:

Ett mycket centralt begrepp i termodynamiken är TEMPERATUR. Om två system som är helt isolerade från omvärlden bringas i kontakt med varandra kan olika typer av jämvikt uppstå. Exempel på detta är mekanisk, elektrisk och kemisk jämvikt.

I vardagligt tal skiljer man inte på begreppen värme och temperatur. I termodynamiken är det dock jätteviktigt att man skiljer på dessa begrepp!



Den typ av jämvikt mellan systemen som uppstår om det vare sig kan uträttas arbete, uppstå laddningsöverföring eller transport av atomer är TERMISK JÄMVIKT

Så här ser detta ofta ut i verkligheten. Det finns olika typer av termometrar. Vissa bygger på fenomenet termisk utvidgning, vilket vi ska behandla lite senare. Termometrar användbarhet bygger på termodynamikens nollte huvudsats.

## TERMODYNAMIKENS NOLLTE HUVUDSAT:

Om objekten A och B var och ett är i termisk jämvikt med objekt C är A och B i termisk jämvikt med varandra.

## CELSIUSTERMOMETERN:

Vi tillverkar en celsiustermometer. Vi skaffar oss en glaskolv som innehåller exempelvis kvicksilver som kan expandera i ett smalt rör. Doppa ned glaskolven i kokande vatten och rita ett streck där kvicksilverpelaren står. Gör samma sak



med glaskolven i smältande is och gör ett streck där kvicksilverpelaren nu står. Dela in intervallet mellan de båda strecken i 100 lika stora intervall. Klart!

Nackdelar med denna termometern:

- a. Definition av referenspunkterna.  
Höjd över havet spelar roll t ex.
- b. Linjariteten.  
Utvidgar kvicksilvret lika mycket mellan 1 och 2 grader som mellan 98 och 99 grader? Dessutom kondenserar kvicksilver, sprit och annat om temperaturen blir alltför låg och kokar om den blir för hög.

### GASTERMOMETERN

Genom att använda en gastermometer, med lämplig gas, blir dessa nackdelar mycket mindre.

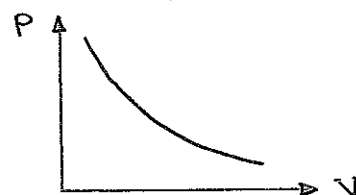
I figuren nedan beskrivs hur en gastermometer fungerar. Läs själv i boken (sid 502) detaljerna om hur den fungerar!

En gas karakteriseras av storheterna tryck (beteckning  $P$ , enhet  $\text{N/m}^2$ ), temperatur (beteckning  $T$ , enhet Kelvin eller  $\text{K}$ ) och volym (beteckning  $V$ , enhet  $\text{m}^3$ ).

(Som bekant finns det en rad olika enheter som man mäter tryck i. Några samband:  $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 760 \text{ mm Hg}$ .  $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2$ , vilket gör att atmosfärstryck ofta anges som 1013 mbar)

Om man håller temperaturen konstant och studerar sambandet mellan tryck och volym finner man att

$$P V = \text{konstant} \quad (\text{Boyles lag})$$



där  $P V$  är proportionellt mot den rådande temperaturen dvs

$$P V = c T$$

Konstanten  $c$  beror av mängden gas.

Gör experimentet med en och samma gasmängd vid två olika referenstemperaturer  $T_0$  och  $T_1$ . Om vi väljer  $T_0$  som temperaturen då is smälter och  $T_1$  som temperaturen då vatten kokar har vi

$$\begin{aligned} p_0 V_0 &= c T_0 \\ p_1 V_1 &= c T_1 = c (T_0 + 100) \end{aligned}$$

detta ger

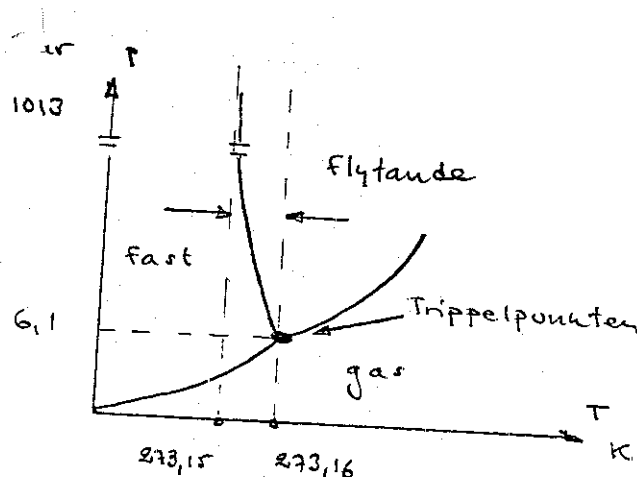
experimentellt finner man att  $T_0 = 273,15$  K, dvs 0 grader Celsius svara mot 273,15 K.

Ofta gör man approximationen  $T$  (K) =  $t$  (C) + 273

### FASDIAGRAM FÖR VATTEN – TRIPPELPUNKTEN.

En bättre referenspunkt än smälttemperaturen för is är vattens trippelpunkt dvs den kombination av tryck och temperatur där det råder jämvikt mellan de tre faserna gas, flytande och fast.

Observera att det tryck där vattnets trippelpunkt ligger är så låg som 6,1 mbar.



När vi konstruerade en enkel Celsiustermometer utnyttjade vi fenomenet termisk expansion. Detta är i det praktiska livet ett viktigt fenomen. Järnvägsräls, betongväggar och annat utvidgar sig när temperaturen ökar och det måste man ta hänsyn till i konstruktionsarbetet.

För att lättare få en känsla för fenomenet termisk utvidgning är kan man tänka på att atomerna i fasta ämnen och vätskor är bundna till varandra med någon form av bindningar. I en enkel bild kan man tänka sig att atomerna binds till varandra med fjädrar. När temperaturen ökar vibrerar atomerna allt mer och kräver större plats.

Linjära utvidgning:

Om utvidgningen är liten i förhållande till den ursprungliga längden  $L_i$  kan man skriva:

$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T$$



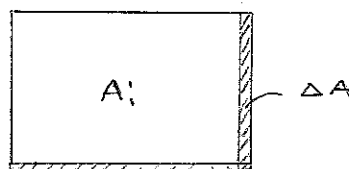
$\alpha$  kallas längdutvidgningskoefficienten och är av storleksordningen en miljondel per grad. Detta innebär att 1 km ökar med 1 mm per grad. Detta kan synas vara försumbart lite, men kan få stora konsekvenser.

Ytutvidgning:

En rektangel med arean  $A_i = L_x L_y$  utvidgas enligt formeln:

$$\Delta A = \gamma A_i \Delta T$$

där  $\gamma$  är approximativt lika med  $2\alpha$ .



Volymutvidgning:

På motsvarande sätt kan man visa att:

$$\Delta V = \beta V_i \Delta T$$

där  $\beta$  är approximativt lika med  $3\alpha$ .

## IDEALA GASER – IDEALGASLAGEN (ALLMÄNNA GASLAGEN)

Sedan tidigare har vi sambandet

$$P V = c T$$

där  $c$  är en konstant som beror av den mängd gas som använts vid experimentet. Av olika skäl kan det vara lämpligt att använda en standardmängd gasmolekyler 1 mol som är  $6,023 \cdot 10^{23}$  stycket. Detta är Avogadros tal som brukar betecknas  $N_A$ .

Finessen med detta val av antalet partiklar på en mol är att massan för en mol partiklar (uttryckt i gram) är lika med partikelmassan uttryckt i den universella massenheten  $u$ . Exempelvis är molmassan för den vanligaste kolisotopen (vars massa är 12  $u$ ) lika med 12 gram.

Nu kan vi skriva

$$c = n R$$

där  $n$  är antalet mol och  $R$  = allmänna gaskonstanten = 8,31 J/mol K.

Detta innebär

$$P V = n R T \quad (\text{idealgaslagen eller allmänna gaslagen})$$

Om vi i stället för den absoluta gasmängden (uttryckt i antal mol  $n$  eller i antal partiklar  $N = n N_A$ ) utgår från den mer fundamentala storheten antal partiklar per volymenhet ( $N/V$ ) får vi:

$$P V = (N/N_A) R T = N (R/N_A) T$$

Om vi definierar ytterligare en konstant  $k_B = R / N_A$  ( Boltzmanns konstant) kan vi nu skriva allmänna gaslagen enligt:

$$P V = (N/V) k_B T$$

Idealgaslagens giltighet förutsätter att gasen är ideal. I en helt ideal gas saknar gaspartiklarna utsträckning och det finns inte några krafter mellan dem som har lång räckvidd. Detta innebär bland annat att man inte behöver bekymra sig för fenomen såsom kondensation. Vid i trakten runt rumstemperatur och atmosfärstryck uppför sig ädelgaserna idealt. Om man befinner sig tillräckligt långt ifrån de förhållanden som orsakar kondensation är idealgaslagen en tillräckligt god approximation även för andra gaser än ädelgaser.

## KINETISK GASTEORI

I läroboken finns en härledning av vad temperatur är på sidorna 513 – 517. På de följande sidorna finns en annan härledning av samma sak som dock har den fördelen att ett uttryck för den mycket användbara storheten STÖTTALET följer med på köpet.

Eftersom denna härledning innehåller mycket figurer och formelhantering har jag valt att skriva ut den för hand.

I korthet innebär båda härledningarna att man ställer upp ett uttryck för trycket mot en behållares väggar. Detta orsakas av att en massa gaspartiklar studsar mot behållarens väggar och att deras sammanlagda röresemängdändring per tidsenhet orsakar en kraft på väggarna. Tryck är ju kraft per ytenhet. Genom att kombinera det uttryck för trycket som man då erhåller med idealgaslagen  $P V = n R T$  kan man få fram vad temperatur "egentligen" är för något.

Om vi har en gasbehållare, exempelvis ett cykeldäck, som det uppstår ett litet hål i kan det vara av intresse att räkna ut hur lång tid det tar innan trycket i däckets har halverats. Då behöver vi ha ett uttryck för hur många gaspartiklar som stöter emot det lilla hålet i däckets. Antalet stötar per ytenhet och tidsenhet som en gas kan åstadkomma kallas STÖTTALET.

## HASTIGHETSFÖRDELNING I EN GAS

Egentligen borde det här avsnittet ha rubriken "Fartfördelningen i en gas". Det är det som vi menar, men för att känna igen sig i annan litteratur får vi stå ut med att vi blandar ihop begreppen fart och hastighet.

Var och en av härledningarna för trycket ger information om den kvadratiske medelhastigheten. Att härleda ett uttryck för den vanliga medelhastigheten är relativt komplicerat och förutsätter kunskaper bortom den här kursens innehåll.

Vi konstaterar bara att antalet gaspartiklar,  $dN$ , som har hastighet i hastighetsintervallet  $v$  till  $v + dv$  ges av uttrycket

$$dN = N_v dv$$

där

$$N_v = 4 \pi N (m_0/2 \pi k_B T)^{3/2} v^2 \exp(-m_0 v^2/k_B T)$$

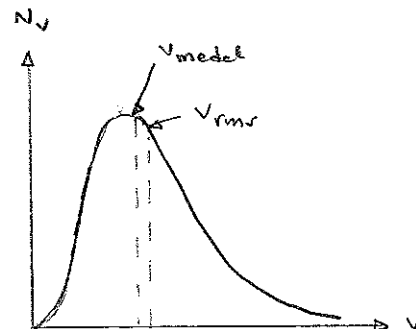
Detta leder fram till att medelhastigheten för en ideal gas ges av

$$v_{medel} = (8 k_B T / \pi m_0)^{1/2}$$

vilket kan jämföras med kvadratiske medelhastigheten

$$v_{rms} = (3 k_B T / m_0)^{1/2}$$

$v_{rms}$  är ca 10 % större än  $v_{medel}$ .



Kinetisk gasteori.

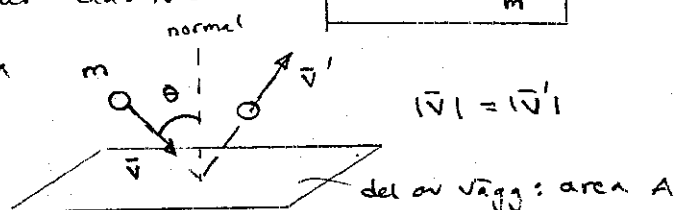
Vad är egentligen temperatur?

Vi har ju sedan tidigare det experimentellt funna sambandet  $pV = nRT$ .

Tag nu fram ett mikroskopiskt uttryck för  $pV$  och identifiera temperaturen  $T$ !

Tryck uppstår när molekylerna stötar mot behållarens väggar

En molekyl som stötar elastiskt mot en av väggarna



Gasmolekyler:  
olika hastigheter  
olika riktningar  
 $\sim 10^{19}$  st per  $\text{cm}^3$   
vid NTP

Den kraft  $dF$  som denna molekyl ger upphov till ges av

$$dF = \frac{\text{rörelsemängdsförändring}}{\text{tidenhet}} = \frac{2(mv \cdot \cos \theta)}{dt}$$

Detta ger ett tryck

$$dp = \frac{dF}{A} = \frac{1}{A} \frac{2mv \cdot \cos \theta}{dt}$$

För att få totaltrycket integrerar vi över alla molekyler som träffar ytan  $A$  under tiden  $dt$ . Molekylerna som träffar väggen under tiden  $dt$  gör det med olika hastigheter och infallsvinklar.

Vi inför funktionen  $n(v, \theta) =$  antalet molekyler per volymenhet, hastighetsenhet och vinkelenhet

Hur många molekyler finns det inom volymen  $\Delta V$  som har hastigheter i  $[v, v+dv]$  och som infaller mot vår vägg med infallsvinklar i  $[\theta, \theta+d\theta]$ ?

Ja:  $n(v, \theta) dv d\theta \cdot \Delta V$  stycken.

## Steg i beräkningen

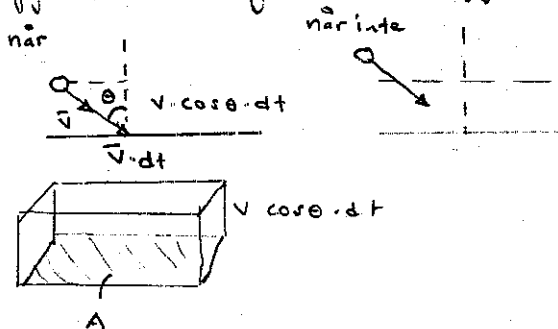
1. Fixera  $v$  och  $\theta$ !
2. Hur många molekyler när vår vägg under  $dt$ ?
3. Bestäm deras sammanlagda rörelsemängdsändring!
4. Samband mellan  $n(v, \theta)$  och  $n(v)$
5. Bestäm tryckbidraget från  $v, \theta$ -molekylerna
6. Bestäm trycket från samtliga molekyler.

1) Vi ser nu bara de molekyler med  $v$  i  $[v, v+dv]$  och  $\theta$  i  $[\theta, \theta+d\theta]$

## 2) Antal

De molekyler som vid tiden  $t$  ligger tillräckligt nära väggen när fram till den inom  $t+dt$

Alla molekyler som befinner sig inom volymen  $v \cos \theta \cdot dt \cdot A$  när fram under  $[t, t+dt]$



$\therefore$  Stötantalet  $n(v, \theta) dv d\theta (v \cos \theta \cdot dt) \cdot A$ .

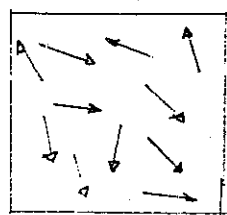
ändring/molekyl

3) Rörelsemängdsändring = stötantalet  $\cdot 2mv \cos \theta$

4) Samband mellan  $n(v, \theta)$  och  $n(v)$ 

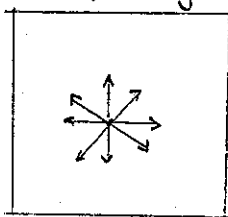
Hur stor brädel av de molekyler som kommer in mot ytan A med hastighet i  $[v, v+dv]$  träffar den med en vinkel mot normalen som ligger i  $[\theta, \theta+d\theta]$ ?

$v \in [v, v+dv]$



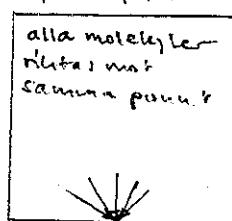
alla vinklar

omflyttning



Vinkelfördeln isotrop  
lika många i alla riktningar  
OBS! inte bara i pappersplanet

ny omflyttning

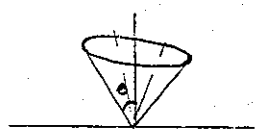


endast netotgående molekyler medtagas

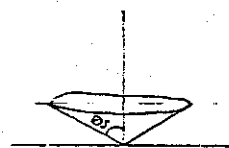
Nu grupperar vi molekylerna efter olika värden på  $\theta$ .

Tänk på att problemet är tredimensionellt!

De molekyler som infaller med samma vinkel definierar en kon.



liten vinkel



stor vinkel

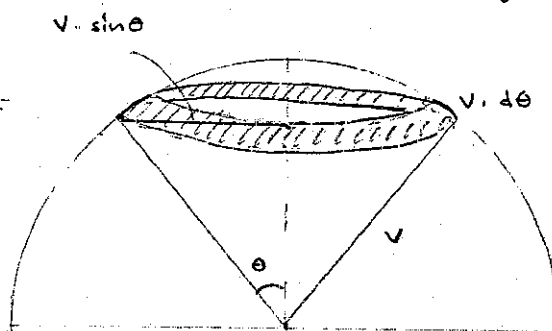
Antalet molekyler som infaller med  $\theta : [\theta, \theta + d\theta]$  är proportionellt mot ytan av ett fönster enligt figuren nedan:

Fönstrets (ströket) yta:

$$dA = 2\pi(v \cdot \sin\theta) \cdot (v \cdot d\theta) = 2\pi v^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta$$

Just dessa molekylers antal jämfört med

totala antalet molekyler med samma hastighet ges av förhållandet mellan  $dA$  och ytan av en sfär med radien  $v$



$$\frac{dA}{4\pi v^2} = \frac{2\pi v^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta}{4\pi v^2} = \frac{1}{2} \sin\theta \cdot d\theta = \frac{n(v, \theta) dv \cdot d\theta}{n(v) \cdot dv}$$

5) Tryckbidraget från molekyler med  $v \in [v, v+dv]$  och  $\theta \in [\theta, \theta+d\theta]$  är  $dP_{v,\theta}$

$$\text{statantalet} = n(v, \theta) dv d\theta \cdot v \cos\theta \cdot dt \cdot A =$$

$$= \frac{1}{2} \sin\theta \cdot d\theta \cdot n(v) dv \cdot v \cos\theta \cdot dt \cdot A$$

$$P = \frac{dP}{dt} \cdot \frac{1}{A}$$

$$dP_{v,\theta} = \frac{\left( \frac{1}{2} \sin\theta \cdot d\theta \cdot n(v) dv \cdot v \cos\theta \cdot dt \cdot A \right) (2mv \cos\theta)}{A \cdot dt}$$

$$= n(v) \cdot dv \cdot mv^2 \cos^2\theta \cdot \sin\theta \cdot d\theta$$

Integrera över alla infallsvinklar och erhåll bidraget till trycket från "v-molekylerna".

$$dP_v = n(v) dv \cdot mv^2 \int_0^{\pi/2} \cos^2\theta \sin\theta d\theta = \frac{1}{3} n(v) dv \cdot mv^2$$

6. Totala trycket

$$p = \int_0^{\infty} \frac{1}{3} n(v) \cdot mv^2 \cdot dv = \frac{2}{3} \int_0^{\infty} n(v) \cdot \frac{1}{2} mv^2 dv =$$

molekylernas sammanlagda kinetiska (translations) energi

$$= \frac{2}{3} E_{\text{kinetisk}} \text{ per volymenhet}$$

eller

$$p = \frac{2}{3} \frac{N}{V} E_{\text{kin, ave}} \Rightarrow pV = \frac{2}{3} N E_{\text{kin, ave}}$$

kombinera detta med

$$pV = n'RT$$

$$\Rightarrow E_{\text{kin, ave}} = \frac{3}{2} \frac{R}{N/n'} T = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} kT$$

$$\therefore \text{Medelvärdet av molekylernas kinetiska translationsenergi} = \frac{3}{2} kT$$

Translation innebär rörelse utefter x, y, z-axlarna dvs 3 frihetsgrader

$$\therefore \frac{1}{2} kT = \text{medelenergin per frihetsgrad.}$$

I de fall där molekylerna har en struktur (ex  $O_2$ ) och andra rörelser såsom rotation och vibration konkurrerar om den tillgängliga energin kommer vi att utnyttja att vi känner medelenergin per frihetsgrad. Därav skillnader i specifikt värme mellan en- och tvåatomiga molekyler.

Enatomiga gaser har tre frihetsgrader.

Tvåatomiga gasers rörelse kan förutom tyngdpunktens translationsrörelse också bestå av rörelse inom molekylerna såsom rotation och vibration och kombinationer av dessa

Hur energin fördelas mellan de olika frihetsgraderna i fleratomiga molekyler beror på bl.a. vilken temperatur de har.

Stöttalet  $n^*$ 

När vi gjorde tryckberäkningarna behövde vi reda ut dels hur många molekyler som träffar en viss yta per tidsenhet och vid rörelsemängdsändringen blir för dessa.

I många sammanhang (kemiska reaktioner, läckage mm) är man bara intresserad av hur många molekyler som träffar en viss yta per ytenhet och tidsenhet  $= n^*$

$$n^* = \frac{\int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} n(v, \theta) v \cos \theta \cdot dt \cdot A \cdot dv d\theta}{dt \cdot A} =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \sin \theta \cos \theta d\theta \int_0^{\infty} n(v) v \cdot dv = \frac{1}{4} n \langle v \rangle$$

medelhastigheten

$n^*$  anger antalet stötar per ytenhet och tidsenhet

Enhet:  $m^{-2} s^{-1}$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_{mol}}}$$

$$= \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m_{molekyl}}}$$

detta visas i slutet av kursen

ex.  $T = 273 K$

$$\Rightarrow \langle v \rangle_{O_2} = 400 \text{ m/s}$$

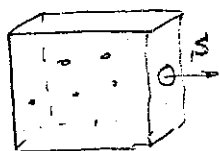
$$\langle v \rangle_{H_2} = 1700 \text{ m/s}$$

Ett tankeexperiment för att bestämma ett approximativt värde på stöttalet för en gas:

Exponera en yta med storleken  $1 m^2$  för gasen i 1 s. Ytan har egenskapen att alla molekyler som träffar den absorberas. Räkna därefter hur många molekyler som fastnat.

Anledningen till att metoden inte ger ett exakt värde på stöttalet är ju att partikeltätheten  $n$  minskar under exponeringstiden varför gasmolekylerna absorberas.

exempel:



Antag att vi har en gasbehållare med volymen  $V$  där trycket är  $p_0$  och molekylernas medelhastighet är  $\langle v \rangle$ .  
 Det uppstår nu ett litet hål i behållaren så att gasmolekylerna läcker ut. Nu (= vid  $t=0$ ) börjar gasmolekylerna att läcka ut. Varje molekyl som "stöter" mot hålet (area  $S$ ) försvinner ut. Egentligen börjar nu det även att läcka in molekyler från omgivningen, dels de som fanns där redan innan läckan uppstod och dels de molekyler som läckt ut. I detta exempel försummar vi inläcket, men i exempelserien finns det uppgifter där man inte kan göra det.

Vi vill beräkna hur lång tid det tar innan trycket  $p$  i behållaren har gått ifrån  $p_0$  till  $p_0/2$ .

Om temperaturen och behållarens volym är konstanta gäller  $p \cdot V = nRT \Rightarrow p \cdot \text{konst} = \frac{N}{N_A} \cdot \text{konst} \Rightarrow p \propto N$

dvs en halvering av trycket innebär en halvering av antalet molekyler. I stället för att ställa upp ekvationer där  $p$  är variabel kan vi räkna med den enkla storheten  $N$ , dvs med antalet molekyler.

Under tidsintervall  $[t, t+dt]$  förändras antalet molekyler från  $N$  till  $N+dN$  (här är  $dN$  negativt eftersom  $N$  minskar)

$$dN = - \underbrace{n^* \cdot S \cdot dt}_{\substack{\uparrow \\ \text{antal molekyler som} \\ \text{stöter mot } S \text{ under } dt, (dN < 0)}} = - \frac{1}{4} \frac{N}{V} \langle v \rangle \cdot S \cdot dt \Rightarrow \frac{dN}{N} = - \frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle S}{V} dt$$

ger förändringen av  $N$  som funktion av  $t$

Lägg ihop alla förändringar!

$$\int_{N_0}^{N/2} \frac{dN}{N} = - \frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle S}{V} \int_0^t dt \Rightarrow \ln \frac{N/2}{N_0} = - \frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle S}{V} t$$

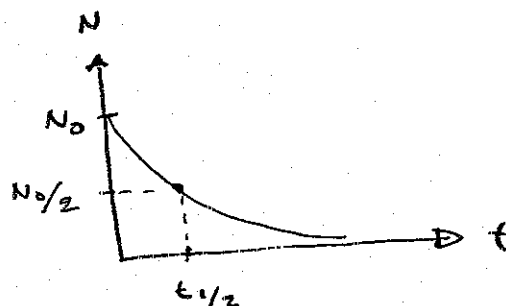
$$\Rightarrow \ln \frac{1}{2} = - \frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle \cdot S}{V} t \Rightarrow t = \frac{\ln 2 \cdot 4V}{\langle v \rangle \cdot S} = t_{1/2}$$

Vi hade lika gärna kunnat ta fram ett uttryck för antalet molekyler i behållaren som funktion av  $t$ :

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = - \frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle S}{V} \int_0^t dt$$

$$\Rightarrow \ln \frac{N}{N_0} = - \frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle S}{V} t$$

$$\Rightarrow N = N_0 e^{-\frac{1}{4} \frac{\langle v \rangle S}{V} t}$$



Kontroll:  $t=0 \Rightarrow N=N_0$

$t=\infty \Rightarrow N=0$

ok!

I de fall  $\bar{\sigma}$  stöttelet kan betraktas som approximativt konstant blir räkningarna enkla. Antag t.ex. att behållaren i exemplet ovan bara täcker ut molekyler under en bråkdel av den tid det tar för att halvera antalet molekyler.

Antalet molekyler som täcker ut under  $\Delta t$  ( $\Delta t \ll t_{1/2}$ )

är  $\Delta N$

$$\Delta N = n^+ S \cdot \Delta t = - \frac{1}{4} \frac{N}{V} \langle v \rangle S \cdot \Delta t.$$

Observera att stöttelet är ganska förmåga att stå emot täcker, gasbehållarens väggar och annat externt.

Nu kommer en utläggning om hur ofta gasmolekylerna kolliderar med varandra, vilket har betydelse för exempelvis hur snabbt två gaser blandar sig med varandra.

Vi talar om medelfri väg och kollisioner frekvens.

## TERMODYNAMIKENS FÖRSTA HUVUDSATS (ENERGI I TERMISKA PROCESSER).

Lite senare i kursen kommer vi att studera termodynamiska kretsprocesser. Dessa kan vara av lite olika slag och har olika namn beroende på vad syftet med dem är; värmemaskiner, kylmaskiner och värmepumpar.

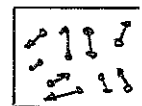
I en värmemaskin vill man åstadkomma mekaniskt arbete och för att göra detta måste man tillföra energi i form av värme. En bensinmotor är ett exempel på en värmemaskin.

För att förstå kretsprocesser måste vi introducera några delvis nya begrepp; inre energi, värme och mekaniskt arbete. I vardagslivet används åtminstone de två senare och då inte alltid på ett, termodynamiskt, korrekt sätt. Det är viktigt att vi nu lär oss hur dessa begrepp definieras och samtidigt kommer ihåg vad temperatur är för något. Vi kommer också att stöta på begreppet värmekapacitivitet som är en storhet som knyter samman värme och temperaturändring. Värmekapacitiviteten, eller specifika värmet, förekommer i några olika varianter. För fasta ämnen och vätskor använder vi "det vanliga" specifika värmet med enheten J/kg grad medan för gaser är det mer praktiskt att använda det molära specifika värmet med enheten J/mol grad.

Inre energin  $E_{\text{int}}$  (enhet J):

Den inre energin är förknippad med de mikroskopiska processerna hos partiklarna i ett system. Den är den sammanlagda kinetiska och potentiella energin hos atomer och molekyler i systemet.

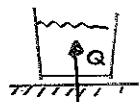
I annan litteratur används ofta beteckningen  $U$  för den inre energin.



Om vi tänker oss att vi har stängt in en gas i en behållare så rör sig de individuella molekylerna kors och tvärs i behållaren. I de fall då var och en av molekylerna innehåller fler än en enda atom består den sammanlagda kinetiska energin dessutom av energin av en rad olika interna rörelser hos molekylerna såsom olika former av rotationsrörelser och vibrationsrörelser. Även olika typer av potentiell energi inkluderas i den inre energin. Den inre energin beror av temperaturen.

Värme  $Q$  (enhet J):

Värme är en mekanisk med vilken energi överförs från ett system till ett annat på grund av att systemen har olika temperatur.  $Q$  är också mängden energi som överförs mellan systemen.



När vi ställer ett kokkärl på en gaslåga överförs värme från den heta gaslågan till vattnet. Detta orsakar en förhöjd inre energi hos vattnet och därigenom en högre temperatur. Det är felaktigt att säga att vattnet innehåller mer och mer värme vart eftersom processen pågår. Som tidigare nämnts innehåller vardagsspråket en rad fallgropar. Bland annat skulle vi ju lite slarvigt kalla den ovan beskrivna processen som en uppvärmningsprocess, vilket lätt kan förleda tanken på villospar.

SI-enheten för energi är Joule. En vanlig alternativ enhet är kalori. 1 kalori är den värme som krävs för att öka temperaturen hos 1 gram vatten från 14,5 till 15,5 grader Celsius.  $1 \text{ kal} = 4,186 \text{ J}$ .

Specifika värmets  $c$ :

Antag att en viss mängd energi  $Q$  överförs till ett system vars massa är  $m$ . Då kommer systemets temperatur att ändrat med  $\Delta T$ . Om  $Q$  och  $m$  är givna beror temperaturändringen på systemets specifika värme  $c$ , som i sin tur beror av de mikroskopiska egenskaperna hos systemet. Definitionsekvationen för  $c$  är

$$c = Q/m \Delta T$$

Det specifika värmets anges i enheten J per kg och grad. På sidan 534 finns en tabell för några ämnen. Vatten står i något av en särklass när det gäller termisk tröghet, dvs ha högt värde på  $c$ . Det går åt tio gången så mycket energi att värma upp ett kg vatten en grad som att värma upp exempelvis järn lika mycket.

Experimentellt bestämmer man  $c$  genom olika typer av kalorimetriska mätningar. Ett sätt är att höja temperaturen till ett visst värde hos det ämne X vars  $c$  man vill bestämma. Därefter placerar man det i en välisolerad behållare med en känd mängd vatten och bestämmer temperaturen hos vatten/X-systemet när jämvikt har uppnåtts.

$$T = \text{sluttemp} \quad m_w c_w (T - T_w) = - m_x c_x (T - T_x)$$

$$\Rightarrow c_x = \frac{m_w c_w (T - T_w)}{m_x (T_x - T)}$$

Latent värme  $L$ :

Vi vet alla att det går åt en stor mängd energi för att göra om 100-gradigt vatten till 100-gradigt vattenånga eller nollgradigt is till nollgradigt vatten. Vid dessa fasövergångar ändras inte temperaturen utan all tillförd energi går åt till att ändra den inre strukturen hos vattnet.

Den energi  $Q$  som åtgår för att ändra fas hos ett ämne med massan  $m$  ges av

$$Q = m L$$

$L$  kallas latent, eller gömt, värme. Man skiljer på smältvärme ( $L_f$ ) och ångbildningsvärme ( $L_v$ ). Vatten har värdena 0,333 MJ respektive 2,26 MJ per kg för dessa båda konstanter. Det innebär att det går åt 0,333 MJ för att smälta 1 kg is till vatten. Omvänt innebär det att 0,333 MJ frigörs när 1 kg vatten fryser till is. Samma sak gäller runt 100 grader Celsius. När 1 kg 100-gradigt vatten ska göras om till 100-gradigt vattenånga åtgår 2,26 MJ och när 1 kg 100-gradigt vattenånga kondenserar till 100-gradigt vatten frigörs 2,26 MJ.

## TILLSTÅNDS OCH ÖVERFÖRINGSVARIABLER

I termodynamiken skiljer man på tillståndsvariabler och överföringsvariabler. Tillståndsvariablerna beskriver tillståndet (d v s egenskaperna) hos ett system. Exempel på tillståndsvariabler är tryck, volym, temperatur och inre energi. Lägga märke till att dessa storheter endast är definierade om systemet befinner sig i termisk jämvikt. Om den volym som gasen är instängd i plötsligt ändras så tar det en viss tid innan gaspartiklarna fyller ut hela den nya volymen och jämvikt har uppstått. Under denna övergångstid är vare sig volym eller tryck väldefinierade storheter. När tillräckligt lång tid har förflutit är ånyo  $V$  och  $P$  väldefinierade.

Överföringsvariabler är storheter som endast är definierade i när det pågår en process där systemet utbyter energi med omgivningen. De viktigaste exemplen på överföringsvariabler är värme och arbete.

## ARBETE I TERMODYNAMISKA PROCESSER

Från mekaniken känner vi till hur det mekaniska arbete som en kraft uträttar beräknas. I mekanikkursen uträttade krafterna arbete på icke deformerbara kroppar. I termodynamiken uträttar krafterna arbete på gasbehållare, vars volym ändras som en följd av inverkan av krafter. Som bekant förekommer krafter alltid i par. Om vi tittar på volymförändring (genom exempelvis att locket hos en cylindrisk burk flyttas) hos en gasbehållare är det två krafter som uträttar arbete; den sammanlagda kraften som gasen utövar mot locket undersida och den kraft som omgivningen utövar på locket. Dessa båda arbeten är lika stora, men har olika tecken. I läroboken har man valt att med ARBETE mena det arbete som omgivningen uträttar på gasen när volymen förändras.

Vi exemplifierar genom ett enkelt fall:

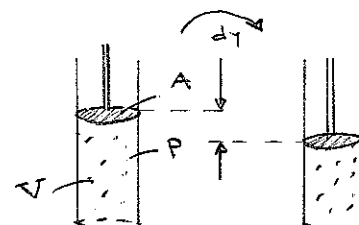
Vi har en cylindrisk gasbehållare som ursprungligen har volymen  $V$  och där trycket är  $P$ . Vi låter en extern kraft  $\mathbf{F}_{\text{ext}}$  verka på locket. Den process som vi nu utsätter gasen för är kvasistationär. Detta innebär att alla förändringar sker så långsamt att vi kan anta att gasen befinner sig i termisk jämvikt under hela förloppet. Det innebär att när pistongen påverkas av den yttre kraften  $\mathbf{F}_{\text{ext}}$  så är den approximativt lika stor (fast med omvänt tecken) som den kraft som  $\mathbf{F}_{\text{gas}}$  som gasen utövar på locket undersida. Locket area är  $A$ . Inledningsvis studerar vi oändligt små volymförändringar, så att exempelvis trycket  $P$  inte ändras under processen.

$$\text{men} \quad dW = \mathbf{F}_{\text{ext}} d\mathbf{r} = \mathbf{F}_{\text{ext}} dy \mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_{\text{ext}} = - \mathbf{F}_{\text{gas}} = - P A \mathbf{j}$$

vilket ger

$$dW = - P A \mathbf{j} dy \mathbf{j} = - P A dy = - P dV$$

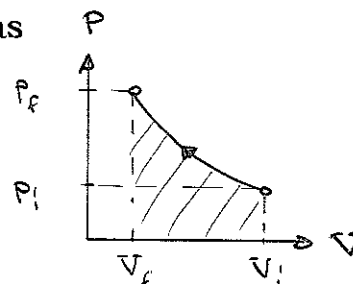


När gasen komprimeras är  $dV$  negativt och  $dW$  således positivt och när gasen expanderas är  $dV$  positivt och  $dW$  således negativt.

När gasen genomgår en volymförändring som inte är oändligt liten måste vi ta hänsyn till att trycket kan ändras under processen. Hur trycket ändras beror av detaljerna i hur gasbehållaren växelverkar med omgivningen. Detta kommer vi att fördjupa oss i mer senare.

Det allmänna uttrycket för arbetet när gasens volym ändras från  $V_i$  till  $V_f$  ges av:

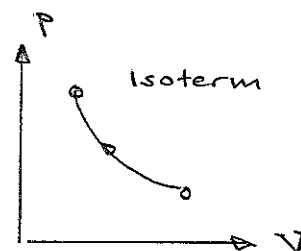
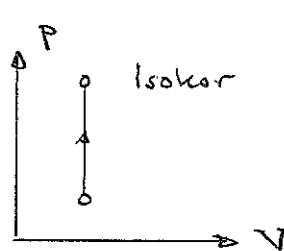
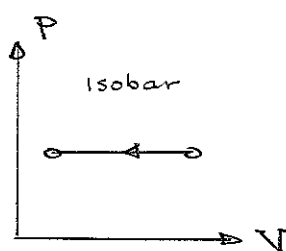
$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV$$



Tillståndet hos en gas kan beskrivas grafiskt på olika sätt. Det förekommer såväl TV- som PT- som PV-diagram.

Eftersom arbete är en viktig storhet och  $P$  och  $V$  är direkt kopplade till arbetet via sambandet ovan är PV-diagram vanligast.

Beloppet av arbetet är helt enkelt ytan under kurvan. I figurerna nedan beskrivs tre idealiserade processer där gasen går från ett initialtillstånd i till ett sluttillstånd f; isobar (trycket hålls konstant), isokor (volymen hålls konstant) och isoterm (temperaturen hålls konstant).



Vid isobar tillståndsförändring ges arbetet av uttrycket

$$W = - p (V_f - V_i) = p (V_i - V_f)$$

Vid isokor tillståndsförändring är arbetet lika med noll eftersom volymen är konstant.

Vid isoterm tillståndsförändring gäller

$$W = - n R T \ln (V_f/V_i)$$

$$\left. \begin{array}{l} W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV \\ PV = nRT \end{array} \right\} \Rightarrow W = - \int_{V_i}^{V_f} nRT \frac{dV}{V} = - nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} =$$

$$= - nRT [\ln V_f - \ln V_i] =$$

$$= - nRT \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) \quad \text{v.s.v.}$$

## TERMODYNAMIKENS FÖRSTA HUVUDSATS.

Vi har definierat arbete  $W$  och  $Q$  så att dessa storheter är positiva om omgivningen uträttar arbete på gasen respektive att värme tillförs gasen. Då kan vi använda energiprincipen och notera att förändringen  $\Delta E_{\text{int}}$  av den inre energin ges av den mängd energi som gasen utbytt med omgivningen.

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W$$

Lägg märke till att om summan av  $Q$  och  $W$  är negativ så minskar den inre energin, d v s temperaturen  $T$  minskar.