

Välkommen till den andra delen av
FYSIK FÖR INGENJÖRER för I.
(FFY 612, 5 p)

Den innehåller två huvudmoment:

Termodynamik
samt
Elektriska och magnetiska fält

Föreläsningsanteckningarnas syfte är att vara ett komplement till läroboken för att göra det lättare att tillgodogöra sig undervisningen. Beteckningar och upplägg är anpassat till SERWAY'S PRINCIPLES OF PHYSICS (4 upplagan), men följer inte boken slaviskt. Dessutom förbehåller jag mig rätten att göra avsteg från mina egna föreläsningsanteckningar på föreläsningarna. Det skulle bli trist om jag oavsett nya idéer och förslag till ändring av upplägg skulle vara helt bunden till i förväg nedskrivna rader. Synpunkter mottages med tacksamhet.

Augusti/september 2006
Åke Fäldt

Termodynamik

INLEDNING:

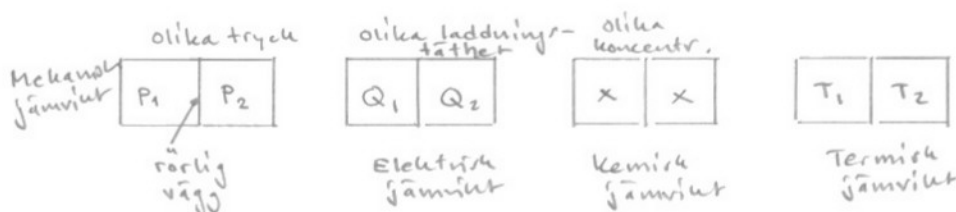
Termodynamiken handlar om överföring av energi mellan olika system och vilka konsekvenser detta får för olika egenskaper hos systemen. Exempelvis ändras kan deras temperaturer ändras. Vi kommer att behandla olika typer av system; fasta kroppar, vätskor och gaser. Ett system som vi kommer att betrakta ofta är den ideala gasen.

Vanligen betraktas system med oerhört många partiklar. Detta gör det omöjligt att betrakta varje enskild partikel. Därför måste vi använda statistiska metoder (medelvärden, fördelningsfunktioner mm) för att beskriva och förklara olika fenomen.

TEMPERATUR:

Ett mycket centralt begrepp i termodynamiken är TEMPERATUR. Om två system som är helt isolerade från omvärlden bringas i kontakt med varandra kan olika typer av jämvikt uppstå. Exempel på detta är mekanisk, elektrisk och kemisk jämvikt.

I vardagligt tal skiljer man inte på begreppen värme och temperatur. I termodynamiken är det dock jätteviktigt att man skiljer på dessa begrepp!



Den typ av jämvikt mellan systemen som uppstår om det vare sig kan utträttas arbete, uppstå laddningsöverföring eller transport av atomer är TERMISK JÄMVIKT

Så här ser detta ofta ut i verkligheten. Det finns olika typer av termometrar. Vissa bygger på fenomenet termisk utvidgning, vilket vi ska behandla lite senare. Termometrar användbarhet bygger på termodynamikens nollte huvudsats.

TERMODYNAMIKENS NOLLTE HUVUDSAT:

Om objekten A och B var och ett är i termisk jämvikt med objekt C är A och B i termisk jämvikt med varandra.

CELSIUSTERMOMETERN:

Vi tillverkar en celsiustermometer. Vi skaffar oss en glaskolv som innehåller exempelvis kvicksilver som kan expandera i ett smalt rör. Doppa ned glaskolven i kokande vatten och rita ett streck där kvicksilverpelaren står. Gör samma sak



med glaskolven i smältande is och gör ett streck där kvicksilverpelaren nu står. Dela in intervallet mellan de båda strecken i 100 lika stora intervall. Klart!

Nackdelar med denna termometern:

- Definition av referenspunkterna.
Höjd över havet spelar roll t ex.
- Linjariteten.
Utvidgar kvicksilvret lika mycket mellan 1 och 2 grader som mellan 98 och 99 grader? Dessutom kondenserar kvicksilver, sprit och annat om temperaturen blir alltför låg och kokar om den blir för hög.

GASTERMOMETERN

Genom att använda en gastermometer, med lämplig gas, blir dessa nackdelar mycket mindre.

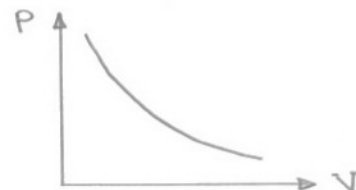
I figuren nedan beskrivs hur en gastermometer fungerar. Läs själv i boken (sid 502) detaljerna om hur den fungerar!

En gas karakteriseras av storheterna tryck (beteckning P , enhet N/m^2), temperatur (beteckning T , enhet Kelvin eller K) och volym (beteckning V , enhet m^3).

(Som bekant finns det en rad olika enheter som man mäter tryck i. Några samband: $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 760 \text{ mm Hg}$. $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2$, vilket gör att atmosfärstryck ofta anges som 1013 mbar)

Om man håller temperaturen konstant och studerar sambandet mellan tryck och volym finner man att

$$P V = \text{konstant} \quad (\text{Boyles lag})$$



där $P V$ är proportionellt mot den rådande temperaturen dvs

$$P V = c T$$

Konstanten c beror av mängden gas.

Gör experimentet med en och samma gasmängd vid två olika referenstemperaturer T_0 och T_1 . Om vi väljer T_0 som temperaturen då is smälter och T_1 som temperaturen då vatten kokar har vi

$$\begin{aligned} p_0 V_0 &= c T_0 \\ p_1 V_1 &= c T_1 = c (T_0 + 100) \end{aligned}$$

detta ger

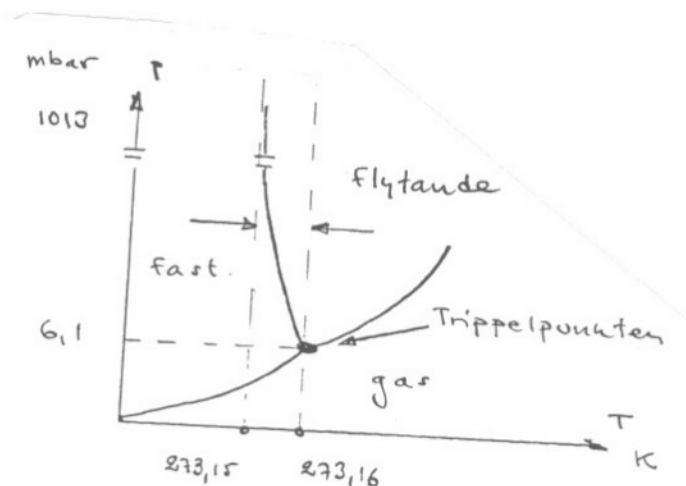
experimentellt finner man att $T_0 = 273,15$ K, dvs 0 grader Celsius svara mot 273,15 K.

Ofta gör man approximationen T (K) = t (C) + 273

FASDIAGRAM FÖR VATTEN – TRIPPELPUNKTEN.

En bättre referenspunkt än smälttemperaturen för is är vattens trippelpunkt dvs den kombination av tryck och temperatur där det råder jämvikt mellan de tre faserna gas, flytande och fast.

Observera att det tryck där vattnets trippelpunkt ligger är så låg som 6,1 mbar.



När vi konstruerade en enkel Celsiustermometer utnyttjade vi fenomenet termisk expansion. Detta är i det praktiska livet ett viktigt fenomen. Järnvägsräls, betongväggar och annat utvidgar sig när temperaturen ökar och det måste man ta hänsyn till i konstruktionsarbetet.

För att lättare få en känsla för fenomenet termisk utvidgning är kan man tänka på att atomerna i fasta ämnen och vätskor är bundna till varandra med någon form av bindningar. I en enkel bild kan man tänka sig att atomerna binds till varandra med fjädrar. När temperaturen ökar vibrerar atomerna allt mer och kräver större plats.

Linjära utvidgning:

Om utvidgningen är liten i förhållande till den ursprungliga längden L_i kan man skriva:

$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T$$



α kallas längdutvidgningskoefficienten och är av storleksordningen en miljondel per grad. Detta innebär att 1 km ökar med 1 mm per grad. Detta kan synas vara försumbart lite, men kan få stora konsekvenser.

Ytutvidgning:

En rektangel med arean $A_i = L_x L_y$ utvidgas enligt formeln:

$$\Delta A = \gamma A_i \Delta T$$

där γ är approximativt lika med 2α .



Volymutvidgning:

På motsvarande sätt kan man visa att:

$$\Delta V = \beta V_i \Delta T$$

där β är approximativt lika med 3α .

IDEALA GASER – IDEALGASLAGEN (ALLMÄNNA GASLAGEN)

Sedan tidigare har vi sambandet

$$P V = c T$$

där c är en konstant som beror av den mängd gas som använts vid experimentet. Av olika skäl kan det vara lämpligt att använda en standardmängd gasmolekyler 1 mol som är $6,023 \cdot 10^{23}$ stycket. Detta är Avogadros tal som brukar betecknas N_A .

Finessen med detta val av antalet partiklar på en mol är att massan för en mol partiklar (uttryckt i gram) är lika med partikelmassan uttryckt i den universella massenheten u . Exempelvis är molmassan för den vanligaste kolsotopen (vars massa är 12 u) lika med 12 gram.

Nu kan vi skriva

$$c = n R$$

där n är antalet mol och R = allmänna gaskonstanten = 8,31 J/mol K.

Detta innebär

$$P V = n R T \quad (\text{idealgaslagen eller allmänna gaslagen})$$

Om vi i stället för den absoluta gasmängden (uttryckt i antal mol n eller i antal partiklar $N = n N_A$) utgår från den mer fundamentala storheten antal partiklar per volymenhet (N/V) får vi:

$$P V = (N/N_A) R T = N (R/N_A) T$$

Om vi definierar ytterligare en konstant $k_B = R/N_A$ (Boltzmanns konstant) kan vi nu skriva allmänna gaslagen enligt:

$$P \cancel{V} = (N/V) k_B T$$

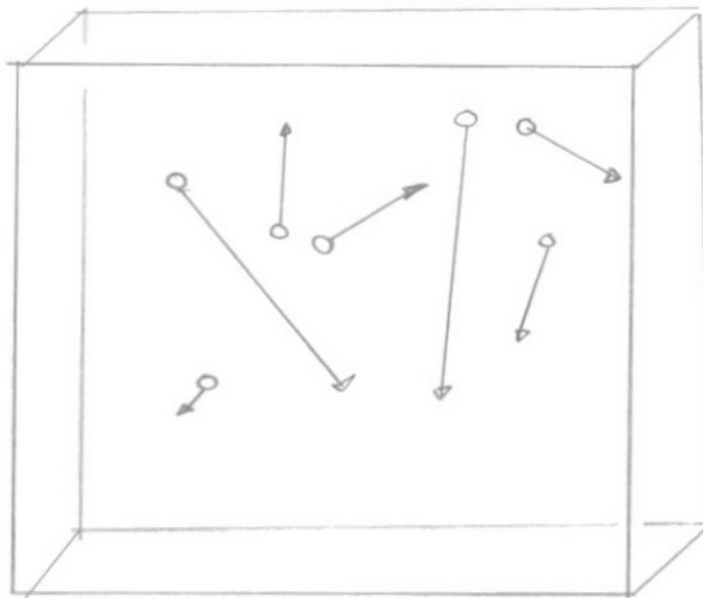
Idealgaslagens giltighet förutsätter att gasen är ideal. I en helt ideal gas saknar gaspartiklarna utsträckning och det finns inte några krafter mellan dem som har lång räckvidd. Detta innebär bland annat att man inte behöver bekymra sig för fenomen såsom kondensation. Vid i trakten runt rumstemperatur och atmosfärstryck uppför sig ädelgaserna idealt. Om man befinner sig tillräckligt långt ifrån de förhållanden som orsakar kondensation är idealgaslagen en tillräckligt god approximation även för andra gaser än ädelgas.

KINETISK GASTEORI

I läroboken finns en härledning av vad temperatur är på sidorna 513 – 517. På de följande sidorna finns en annan härledning av samma sak som dock har den fördelen att ett uttryck för den mycket användbara storheten STÖTTALET följer med på köpet.

I korthet innebär båda härledningarna att man ställer upp ett uttryck för trycket mot en behållares väggar. Detta orsakas av att en massa gaspartiklar studsar mot behållarens väggar och att deras sammanlagda röresemängdsändring per tidsenhet orsakar en kraft på väggarna. Tryck är ju kraft per ytenhet. Genom att kombinera det uttryck för trycket som man då erhåller med idealgaslagen $P V = n R T$ kan man få fram vad temperatur "egentligen" är för något.

Om vi har en gasbehållare, exempelvis ett cykeldäck, som det uppstår ett litet hål i kan det vara av intresse att räkna ut hur lång tid det tar innan trycket i däckets har halverats. Då behöver vi ha ett uttryck för hur många gaspartiklar som stöter emot det lilla hålet i däckets. Antalet stötar per ytenhet och tidsenhet som en gas kan åstadkomma kallas STÖTTALET.



$$PV = nRT$$

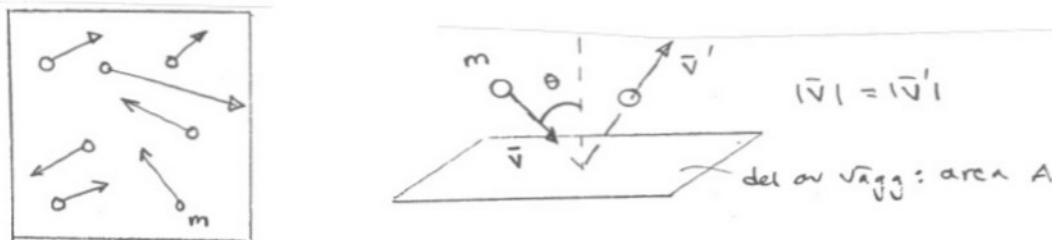
KINETISK GASTEORI – TEMPERATUR – STÖTTALET.

Vad är egentligen temperatur? Redan som små barn hade vi en intuitiv uppfattning av vad det är för något. Här ska vi nu reda ut vad det är.

Sedan tidigare har vi

$$PV = nRT$$

Upplägget är nu att ta fram ett uttryck för produkten av P och V och därefter identifiera T.



Vid normalt tryck och temperatur (NTP) innehåller en enda kubikcentimeter ungefär 10^{19} molekyler, d v s ofattbart många. Den stora tätheten av molekyler gör att vi kan vara säkra på att momentanvärden och medelvärden av olika storheter är desamma. Den storhet som vi är speciellt intresserad av är trycket.

Tryck i en behållare uppstår när molekylerna i den studsar mot dess väggar. Om idealgaslagen ska vara tillämplig måste stötarna vara elastiska. Tryck är ju kraft per ytenhet och kraft är rörelsemängdsändring per tidsenhet.

Vi studerar en plan del av behållarens väggar med ytan A.

Molekylerna i behållaren rör sig med olika hastigheter och rör sig i förhållande till normalen till vår yta med olika vinklar.

Vi studerar molekyler som rör sig med farten v och med vinkeln θ i förhållande till ytans normal. En del av dessa molekyler träffar ytan under tiden dt. Före stöten mot väggen är molekylen rörelsemängds komponent parallell med ytans normal $mv \cos \theta$ och efter densamma lika stor fast med omvänt tecken. En sådan molekyls rörelsemängd ändras alltså med $2mv \cos \theta$.

Den kraft som denna molekyl ger upphov till ges av

$$dF = 2mv \cos \theta / dt$$

Just den här molekylstöten ger upphov till ett tryck

$$dP = dF/A$$

För att få totaltrycket integrerar vi över alla molekyler som träffar ytan A under tiden dt. Molekylerna träffar, som sagt, ytan med olika farter och olika infallsvinklar.

Vi inför nu en speciell funktion $n(v, \theta)$ som anger hur många molekyler som finns per volymsenhet, hastighetsenhet och vinkelenhet.

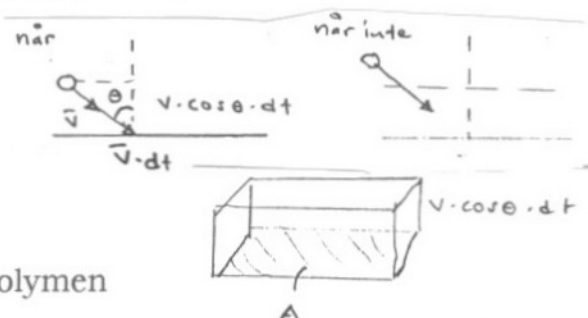
$n(v, \theta) dv d\theta dV$ anger hur många molekyler som finns inom volymen dV som har hastigheter i intervallet $[v, v + dv]$ och infallsvinklar mot "vår" yta i intervallet $[\theta, \theta + d\theta]$.

Vi börjar med att enbart betrakta molekyler som har hastigheter i intervallet $[v, v + dv]$ och infallsvinklar mot "vår" yta i intervallet $[\theta, \theta + d\theta]$.

De molekyler som är tillräckligt nära ytan når fram till den under tiden mellan t och $t + dt$.

Deras hastighetskomponent längs normalen till ytan är ju $v \cos \theta$ och på tiden dt hinner de en sträcka längs denna som är $v \cos \theta dt$. Det betyder att alla molekyler som befinner sig i volymen $v \cos \theta dt A$ hinner fram.

Med hjälp av vår täthetsfunktion $n(v, \theta)$ kan räkna ut hur många dessa är.



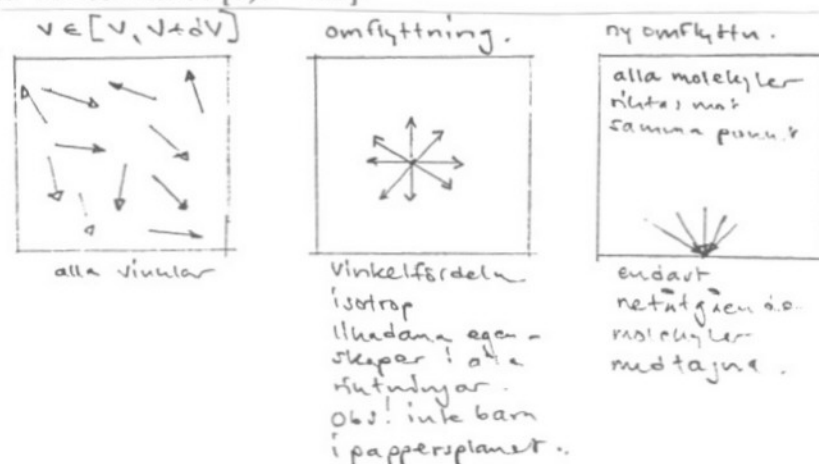
Antalet " v, θ - molekyler" som når ytan är $n(v, \theta) dv d\theta v \cos \theta dt A$.

Var och en av dessa upplever en rörelsemängdsändring som är $2 mv \cos \theta$.

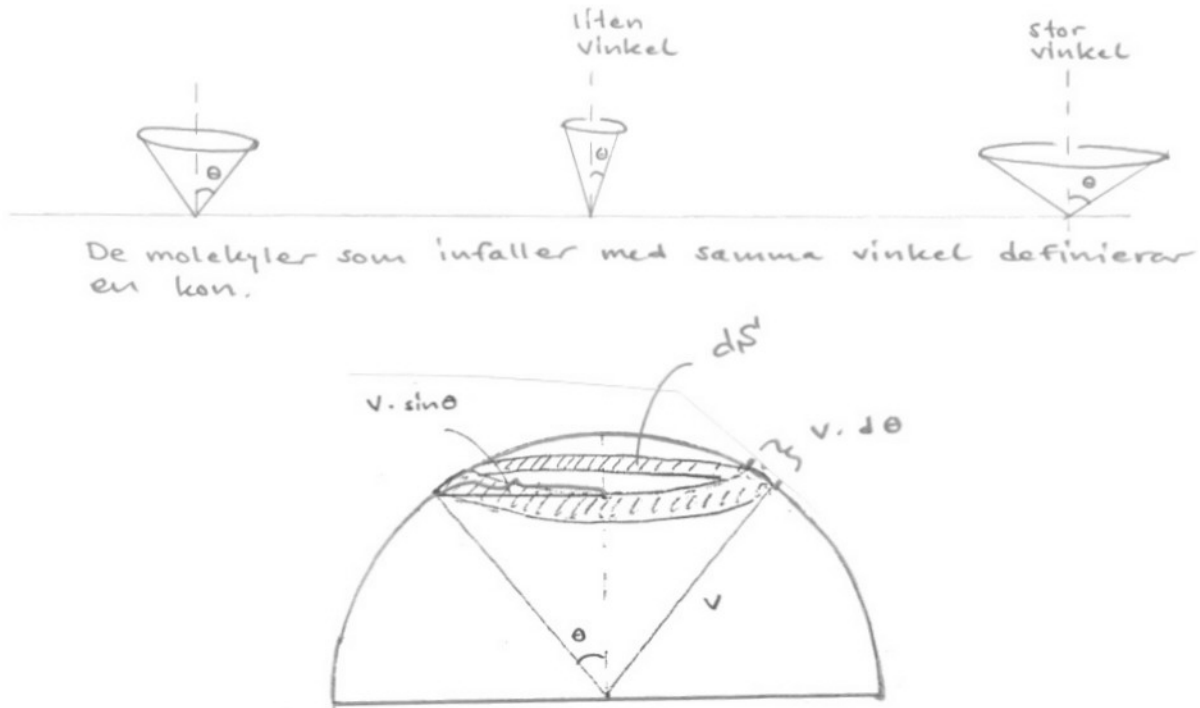
Sammanlagda rörelsemängdsändringen blir

$$2 mv \cos \theta n(v, \theta) dv d\theta v \cos \theta dt A.$$

För att gå vidare måste besvara frågan om hur stor andel av de molekyler som kommer in mot ytan med hastighet i intervallet $[v, v + dv]$ infaller mot den med infallsvinklar i intervallet $[\theta, \theta + d\theta]$.



Vinkelfördelningen är isotrop vilket innebär att alla röreseriktningar (i tre dimensioner) är lika vanligt förekommande. När det gäller ändring av rörelsemängden är det dock bara vinkel θ som är viktig. 45 graders infallsriktning åt norr ger samma ändring av rörelsemängden som 45 grader åt söder, öster eller väster. När det gäller infallsvinkeln 0 grader finns bara en variant, nämligen rakt uppifrån, men det finns massor av varianter som ger infallsvinklar som är nära 90 grader.



Antalet molekyler med hastigheten v som infaller mot ytan med θ i $[\theta, \theta + d\theta]$ är proportionellt mot ytan av ett fönster enligt figuren.

Den streckade ytan dS ges av

$$dS = 2\pi (v \sin\theta) (v d\theta) = 2\pi v^2 \sin\theta d\theta$$

Just dessa molekylers antal relativt totala antalet (med hastigheten v) ges av förhållandet mellan dS och ytan av en sfär med radien v (vilken är $4\pi v^2$)

$$n(v, \theta) dv d\theta / n(v) dv = dS / 4\pi v^2 = 2\pi v^2 \sin\theta d\theta / 4\pi v^2 = \frac{1}{2} \sin\theta d\theta$$

Detta innebär att antalet molekyler växer med växande infallsvinkel, precis som vi trodde.

I våra uttryck kan vi nu ersätta

$$n(v, \theta) dv d\theta$$

med

$$n(v) dv \frac{1}{2} \sin\theta d\theta.$$

Vi kan nu beräkna tryckbidraget från alla de molekyler som kommer in mot ytan med hastigheter i intervallet $[v, v + dv]$ och infallsvinklar i intervallet $[\theta, \theta + d\theta]$. Vi kallar detta bidrag till trycket $dP_{v,\theta}$.

$$\begin{aligned} dP_{v,\theta} &= \left(\frac{1}{2} \sin\theta \, d\theta\right) [(n(v) \, dv \, v \cos\theta \, dt \, A) (2mv \cos\theta) / (A \, dt)] = \\ &= n(v) \, dv \, mv^2 \cos^2\theta \sin\theta \, d\theta \end{aligned}$$

Om vi nu integrerar över alla infallsvinklar får vi bidraget till trycket från de molekyler som rör sig med hastigheter i intervallet $[v, v + dv]$.

$$dP_v = n(v) \, dv \, mv^2 \int_0^{\pi/2} \cos^2\theta \sin\theta \, d\theta = \frac{1}{3} n(v) \, dv \, mv^2$$

Nu är vi äntligen framme vid att beräkna det totala trycket. Det gör vi genom att integrera över alla v :n:

$$\begin{aligned} P &= \int_0^\infty dP_v = \int_0^\infty \frac{1}{3} n(v) \, dv \, mv^2 = \frac{2}{3} \int_0^\infty n(v) \, \frac{1}{2} mv^2 \, dv = \\ &= \frac{2}{3} (\text{Kinetiska energi per volymsenhet}) = \frac{2}{3} E_{\text{kin,ave}} \end{aligned}$$

eller

$$P = \frac{2}{3} N/V E_{\text{kin,ave}}$$

Vilket ger

$$P V = \frac{2}{3} N E_{\text{kin,ave}}$$

Kombinera detta med $P V = n R T$: $\frac{2}{3} N E_{\text{kin,ave}} = n R T$

Detta ger: $E_{\text{kin,ave}} = \frac{3}{2} \frac{R}{N/n} T = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} k_B T$

I den modell som vi har använt, ideal gas, är molekylerna punkter och den enda formen av rörelseenergi som kan förekomma är den som är förknippad med translationsrörelse i x-, y- eller z-led. Detta innebär att molekylerna har tre frihetsgrader.

Medelvärdet av molekylernas kinetiska translationsenergi är $\frac{3}{2} k_B T$.

Eftersom vi har tre likvärdiga frihetsgrader är medelvärdet av molekylernas kinetiska translationsenergi $\frac{1}{2} k_B T$ per frihetsgrad.

I de fall då molekylerna har en inre struktur (exempelvis syremolekyler O_2) där andra former av rörelseenergi (som rotationsenergi och vibrationsenergi) konkurrerar om den tillgängliga energin kommer vi att utnyttja att vi känner hur

stor medelenergin per frihetsgrad kan vara. Detta leder bland annat till skillnaden i specifikt värme mellan en- och tvåatomiga gaser.

Enatomiga gaser har alltid tre frihetsgrader, tyngdpunktens translationsrörelse i x-, y- och z-riktningarna.

Tvåatomiga gasers rörelse kan förutom tyngdpunktens translationsrörelse bestå av rörelse inom molekylen; rotations- och vibrationsrörelse. Hur energin fördelas mellan dessa olika rörelseformer i fleratomiga molekyler beror bland annat på vilken temperatur gasen har. Fast det är inte alltid som gasen har en temperatur. För att den ska ha en sådan krävs termisk jämvikt.

Om man exempelvis exciterar några molekyler genom att lysa på den med ljus så befinner sig gasen inte i termisk jämvikt och har således inte någon temperatur. Om gasen lämnas i fred kommer den så småningom i jämvikt och har då en temperatur.

Kvadratiska medelhastigheten:

För en enatomiga ideal gasmolekyler gäller att medelvärdet av rörelseenergin är $3/2 k_B T$.

Hur stor fart v_{rms} (roten ur den kvadratiska medelhastigheten) har en molekyler med massan m_0 som har en rörelseenergi som är lika med $3/2 k_B T$?

$$\frac{1}{2} m_0 v_{rms}^2 = 3/2 k_B T \quad \text{detta ger} \quad v_{rms} = (3k_B T/m_0)^{1/2}$$

HASTIGHETSFÖRDELNING I EN GAS

Egentligen borde det här avsnittet ha rubriken "Fartfördelningen i en gas". Det är det som vi menar, men för att känna igen sig i annan litteratur får vi stå ut med att vi blandar ihop begreppen fart och hastighet.

Var och en av härledningarna för trycket ger information om den kvadratiska medelhastigheten. Att härleda ett uttryck för den vanliga medelhastigheten är relativt komplicerat och förutsätter kunskaper bortom den här kursens innehåll. Vi konstaterar bara att antalet gaspartiklar, dN , som har hastighet i hastighetsintervallet v till $v + dv$ ges av uttrycket

$$dN = N_v dv$$

där

$$N_v = 4 \pi N (m_0/2 \pi k_B T)^{3/2} v^2 \exp(-m_0 v^2/k_B T)$$

Detta leder fram till att medelhastigheten för en ideal gas ges av

$$v_{\text{medel}} = (8 k_B T / \pi m_0)^{1/2}$$

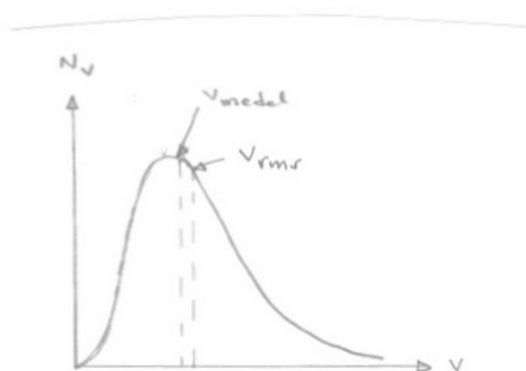
vilket kan jämföras med kvadratiska medelhastigheten

$$v_{\text{rms}} = (3k_B T/m_0)^{1/2}$$

v_{rms} är ca 10 % större än v_{medel} .

Ibland betecknas medelhastigheten med $\langle v \rangle$.

Vid rumstemperatur är medelhastigheten för syremolekyler ungefär 400 m/s och för vätemolekyler 1700 m/s.



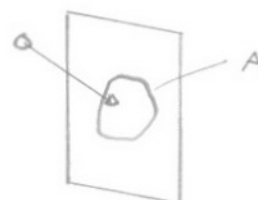
Stöttalet n^* .

När vi gjorde tryckhärledningen behövde vi reda ut dels hur många molekyler som träffar en viss yta per tidsenhet och dels hur stor förändringen av rörelsemängden blir för dessa.

I många sammanhang, såsom beräkningar av kemiska reaktionshastigheter och hur snabbt luften läcker ut ur ett cykeldäck, behöver man bara veta hur många molekyler som träffar en viss yta per tidsenhet.

Antalet stötar per ytenhet och tidsenhet mot gasbehållarens väggar eller något inne i behållaren ges av stöttalet n^* .

n^* har enheten; antal stötar per kvadratmeter och sekund.

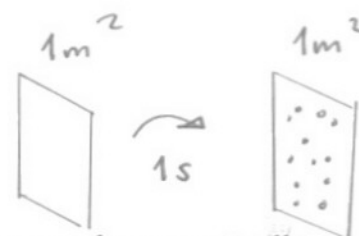


Genom att återvända till tryckhärledningen och bara ta med den del som rör hur många molekyler som hinner fram till ytan och integrera över alla hastigheter och relevanta infallsvinklar får vi:

$$\begin{aligned}
 n^* &= \int_0^{\pi/2} \int_0^{\infty} n(v, \theta) v \cos \theta dv d\theta = \\
 &= \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \sin \theta \cos \theta d\theta \int_0^{\infty} n(v) v dv = \\
 &= \frac{1}{4} (N/V) v_{\text{medel}}
 \end{aligned}$$

För att åstadkomma ett stort stöttal gäller det att ha en hög partikeltäthet och en stor medelhastighet.

Enheten för n^* är $\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$.



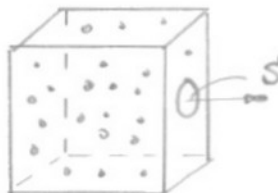
Ett tankeexperiment för att bestämma stöttalet för en gas:

Exponera en yta med storleken 1 m^2 för gasen i 1 s . Ytan har egenskapen att alla molekyler som träffar den absorberas. Räkna därefter hur många molekyler som har fastnat. Detta antal bestämmer stöttalet.

Denna metod ger inte ett exakt värde på stöttalet eftersom partikeltätheten n minskar under exponeringstiden vart eftersom gasmolekylerna absorberas.

Exempel:

Antag att vi har en gasbehållare med volymen V där trycket ursprungligen är P_0 . Nu uppstår det (vid tiden $t = 0$) ett litet hål i en av behållarens väggar så att gasmolekylerna börjar läcka ut. Hålet har en area som vi betecknar med S . Vi antar att varje molekyl som "stöter" mot hålet försvinner ut. Vi vill beräkna hur lång tid det tar innan trycket har halverats i förhållande till P_0 .



Egentligen börjar det omedelbart också att läcka in molekyler från omgivningen, dels i form av de molekyler som redan fanns där från början och dels i form av de molekyler som läckt ut. Om trycket i vår behållare är mycket större än trycket i omgivningen kan vi försumma inläckaget. (Vi kommer dock att stöta på fall då inläckaget inte kan försummas.)

Vi antar att temperaturen i behållaren är konstant (vilket inte är riktigt sant eftersom det är de mest energirika molekylerna som kommer att läcka ut mest och då sänks ju temperaturen). Om temperatur och volym är konstanta gäller att tryck och antal molekyler är proportionella mot varandra. Detta innebär att under samma tid som trycket sjunker från P_0 till $\frac{1}{2}P_0$ sjunker antalet molekyler från N_0 till $\frac{1}{2}N_0$.

Eftersom stöttalet ger oss direkt information om hur antalet partiklar N förändras ställer vi upp ekvationer där vi räknar med N i stället för p . Vi vill alltså bestämma hur lång tid det tar för antalet partiklar att sjunka från N_0 till $\frac{1}{2}N_0$.

Under tidsintervallet $[t, t + dt]$ förändras antalet molekyler från N till $N + dN$. Här är dN negativt eftersom antalet minskar.

Genom att utnyttja stöttalet kan vi skriva

$$dN = - \underbrace{n^* S dt}_{\text{antalet molekyler som stöter mot } S \text{ under } dt} = - \frac{1}{4} (N/V) v_{\text{medel}} S dt$$

Detta ger

$$dN/N = - \frac{1}{4} (v_{\text{medel}} S/V) dt$$

Detta uttryck ger sambandet mellan förändringen dN av N och förändringen dt av tiden t .

Vi lägger nu ihop alla förändringar genom att integrera. Vi har N_0 partiklar vid $t = 0$ och $\frac{1}{2} N_0$ partiklar vid den sökta tiden t .

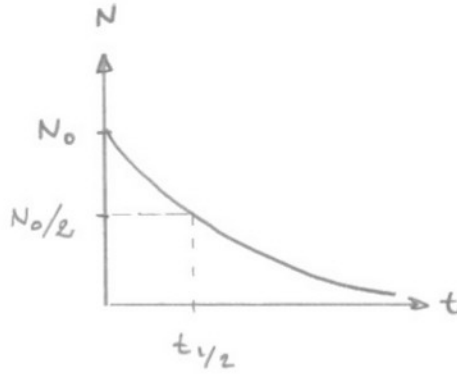
$$\int_{N_0}^{N_0/2} \frac{dN}{N} = -\frac{1}{4} \frac{v_{medel} S}{V} \int_0^t dt \Rightarrow \ln \frac{N_0/2}{N_0} = -\frac{1}{4} \frac{v_{medel} S}{V} t$$

$$\Rightarrow \ln \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} \frac{v_{medel} S \cdot t}{V} \Rightarrow t = \frac{\ln 2 \cdot 4 V}{v_{medel} \cdot S} = t_{1/2}$$

Vi hade lika gärna kunnat ta fram ett uttryck för antalet molekyler som funktion av tiden t enligt:

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\frac{1}{4} \frac{v_{medel} S}{V} \int_0^t dt$$

$$\Rightarrow \ln \frac{N}{N_0} = -\frac{1}{4} \frac{v_{medel} S}{V} t$$

$$\Rightarrow N = N_0 e^{-\frac{1}{4} \frac{v_{medel} S}{V} t}$$


För säkerhets skull gör vi en enkel rimlighetstest. Vi vet att antalet är N_0 vid $t = 0$ och vi vet att (om vi helt försummar inläckage) $N = 0$ efter oändlig tid.

Vi ser att vårt samband mellan N och t har dessa egenskaper, vilket ökar oddsen för att vi inte har gjort några grova fel.

I de fall då stöttalet kan betraktas som approximativt konstant blir räkningarna lite enklare. Antag t ex att behållaren i exemplet ovan bara läcker ut molekyler under en bråkdel av den tid som det tar för att halvera trycket. I så fall ändras inte stöttalet speciellt mycket. Antalet molekyler ΔN som läcker ut under tiden Δt ges av

$$\Delta N = n^* S \Delta t = -\frac{1}{4} (N/V) v_{medel} S \Delta t$$

ΔN är ju negativt eftersom antalet molekyler minskar.

Observera att stöттаlet beskriver gasens förmåga att stöta mot läckor, behållarens väggar och andra föremål inne i behållaren.

När det gäller hur ofta gasmolekylerna krockar med varandra eller hur långt de rör sig mellan varje intermolekylär krock är en annan historia.

TERMODYNAMIKENS FÖRSTA HUVUDSATS (ENERGI I TERMISKA PROCESSER).

Lite senare i kursen kommer vi att studera termodynamiska kretsprocesser. Dessa kan vara av lite olika slag och har olika namn beroende på vad syftet med dem är; värmemaskiner, kylmaskiner och värmepumpar.

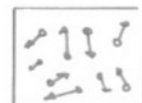
I en värmemaskin vill man åstadkomma mekaniskt arbete och för att göra detta måste man tillföra energi i form av värme. En bensinmotor är ett exempel på en värmemaskin.

För att förstå kretsprocesser måste vi introducera några delvis nya begrepp; inre energi, värme och mekaniskt arbete. I vardagslivet används åtminstone de två senare och då inte alltid på ett, termodynamiskt, korrekt sätt. Det är viktigt att vi nu lär oss hur dessa begrepp definieras och samtidigt kommer ihåg vad temperatur är för något. Vi kommer också att stöta på begreppet värmekapacitivitet som är en storhet som knyter samman värme och temperaturändring. Värmekapacitiviteten, eller specifika värmet, förekommer i några olika varianter. För fasta ämnen och vätskor använder vi "det vanliga" specifika värmet med enheten J/kg grad medan för gaser är det mer praktiskt att använda det molära specifika värmet med enheten J/mol grad.

Inre energin E_{int} (enhet J):

Den inre energin är förknippad med de mikroskopiska processerna hos partiklarna i ett system. Den är den sammanlagda kinetiska och potentiella energin hos atomer och molekyler i systemet.

I annan litteratur används ofta beteckningen U för den inre energin.



Om vi tänker oss att vi har stängt in en gas i en behållare så rör sig de individuella molekylerna kors och tvärs i behållaren. I de fall då var och en av molekylerna innehåller fler än en enda atom består den sammanlagda kinetiska energin dessutom av energin av en rad olika interna rörelser hos molekylerna såsom olika former av rotationsrörelser och vibrationsrörelser. Även olika typer av potentiell energi inkluderas i den inre energin. Den inre energin beror av temperaturen.

Värme Q (enhet J):

Värme är en mekanisk med vilken energi överförs från ett system till ett annat på grund av att systemen har olika temperatur. Q är också mängden energi som överförs mellan systemen.



När vi ställer ett kokkärl på en gaslåga överförs värme från den heta gaslågan till vattnet. Detta orsakar en förhöjd inre energi hos vattnet och därigenom en högre temperatur. Det är felaktigt att säga att vattnet innehåller mer och mer värme vart eftersom processen pågår. Som tidigare nämnts innehåller vardagsspråket en rad fallgropar. Bland annat skulle vi ju lite slarvigt kalla den ovan beskrivna processen som en uppvärmningsprocess, vilket lätt kan förleda tanken på villospår.

SI-enheten för energi är Joule. En vanlig alternativ enhet är kalori. 1 kalori är den värme som krävs för att öka temperaturen hos 1 gram vatten från 14,5 till 15,5 grader Celsius. $1 \text{ kal} = 4,186 \text{ J}$.

Specifika värmec:

Antag att en viss mängd energi Q överförs till ett system vars massa är m . Då kommer systemets temperatur att ändrat med ΔT . Om Q och m är givna beror temperaturändringen på systemets specifika värme c , som i sin tur beror av de mikroskopiska egenskaperna hos systemet.

Definitionsekvationen för c är

$$c = Q / m \Delta T$$

Det specifika värmec anges i enheten J per kg och grad. På sidan 534 finns en tabell för några ämnen. Vatten står i något av en särklass när det gäller termisk tröghet, dvs ha högt värde på c . Det går åt tio gången så mycket energi att värma upp ett kg vatten en grad som att värma upp exempelvis järn lika mycket.

Experimentellt bestämmer man c genom olika typer av kalorimetri ska mätningar. Ett sätt är att höja temperaturen till ett visst värde hos det ämne X vars c man vill bestämma. Därefter placerar man det i en välisolerad behållare med en känd mängd vatten och bestämmer temperaturen hos vatten/ X -systemet när jämvikt har uppnåtts.

$T = \text{sluttemp}$

$$m_w c_w (T - T_w) = - m_x c_x (T - T_x)$$

$$\Rightarrow c_x = \frac{m_w c_w (T - T_w)}{m_x (T_x - T)}$$

Latent värme L :

Vi vet alla att det går åt en stor mängd energi för att göra om 100-gradigt vatten till 100-gradig vattenånga eller nollgradig is till nollgradigt vatten. Vid dessa fasövergångar ändras inte temperaturen utan all tillförd energi går åt till att ändra den inre strukturen hos vattnet.

Den energi Q som åtgår för att ändra fas hos ett ämne med massan m ges av

$$Q = m L$$

L kallas latent, eller gömt, värme. Man skiljer på smältvärme (L_f) och ångbildningsvärme (L_v). Vatten har värdena 0,333 MJ respektive 2,26 MJ per kg för dessa båda konstanter. Det innebär att det går åt 0,333 MJ för att smälta 1 kg is till vatten. Omvänt innebär det att 0,333 MJ frigörs när 1 kg vatten fryser till is. Samma sak gäller runt 100 grader Celsius. När 1 kg 100-gradigt vatten ska göras om till 100-gradig vattenånga åtgår 2,26 MJ och när 1 kg 100-gradig vattenånga kondenserar till 100-gradigt vatten frigörs 2,26 MJ.

TILLSTÄNDS OCH ÖVERFÖRINGSVARIABLER

I termodynamiken skiljer man på tillståndsvARIABLER och överföringsvariableR. TillståndsvARIABLERna beskriver tillståndet (d v s egenskaperna) hos ett system. Exempel på tillståndsvARIABLER är tryck, volym, temperatur och inre energi. LÄGG märke till att dessa storheter endast är definierade om systemet befinner sig i termisk jämvikt. Om den volym som gasen är instängd i plötsligt ändras så tar det en viss tid innan gaspartiklarna fyller ut hela den nya volymen och jämvikt har uppstått. Under denna övergångstid är vare sig volym eller tryck väldefinierade storheter. När tillräckligt lång tid har förflutit är ånyo V och P väldefinierade.

ÖverföringsvariableR är storheter som endast är definierade i när det pågår en process där systemet utbyter energi med omgivningen. De viktigaste exemplen på överföringsvariableR är värme och arbete.

ARBETE I TERMODYNAMISKA PROCESSER

Från mekaniken känner vi till hur det mekaniska arbete som en kraft uträttar beräknas. I mekanikkursen uträttade krafterna arbete på icke deformerbara kroppar. I termodynamiken uträttar krafterna arbete på gasbehållare, vars volym ändras som en följd av inverkan av kraften. Som bekant förekommer krafter alltid i par. Om vi tittar på volymförändring (genom exempelvis att locket hos en cylindrisk burk flyttas) hos en gasbehållare är det två krafter som uträttar arbete; den sammanlagda kraften som gasen utövar mot locket undersida och den kraft som omgivningen utövar på locket. Dessa båda arbeten är lika stora, men har olika tecken. I läroboken har man valt att med ARBETE mena det arbete som omgivningen uträttar på gasen när volymen förändras.

Vi exemplifierar genom ett enkelt fall:

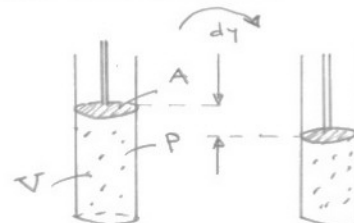
Vi har en cylindrisk gasbehållare som ursprungligen har volymen V och där trycket är P . Vi låter en extern kraft $\mathbf{F}_{\text{ext}}$ verka på locket. Den process som vi nu utsätter gasen för är kvasistationär. Detta innebär att alla förändringar sker så långsamt att vi kan anta att gasen befinner sig i termisk jämvikt under hela förloppet. Det innebär att när pistongen påverkas av den yttre kraften $\mathbf{F}_{\text{ext}}$ så är den approximativt lika stor (fast med omvänt tecken) som den kraft som $\mathbf{F}_{\text{gas}}$ som gasen utövar på locket undersida. Locket area är A . Inledningsvis studerar vi oändligt små volymförändringar, så att exempelvis trycket P inte ändras under processen.

men
$$dW = \mathbf{F}_{\text{ext}} d\mathbf{r} = \mathbf{F}_{\text{ext}} dy \mathbf{j}$$

$$\mathbf{F}_{\text{ext}} = - \mathbf{F}_{\text{gas}} = - P A \mathbf{j}$$

vilket ger

$$dW = - P A \mathbf{j} dy \mathbf{j} = - P A dy = - P dV$$

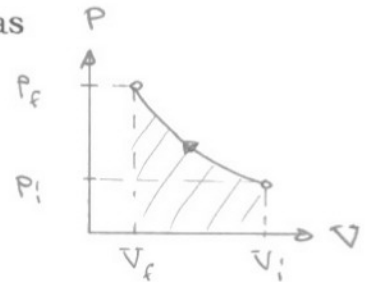


När gasen komprimeras är dV negativt och dW således positivt och när gasen expanderas är dV positivt och dW således negativt.

När gasen genomgår en volymförändring som inte är oändligt liten måste vi ta hänsyn till att trycket kan ändras under processen. Hur trycket ändras beror av detaljerna i hur gasbehållaren växelverkar med omgivningen. Detta kommer vi att fördjupa oss i mer senare.

Det allmänna uttrycket för arbetet när gasens volym ändras från V_i till V_f ges av:

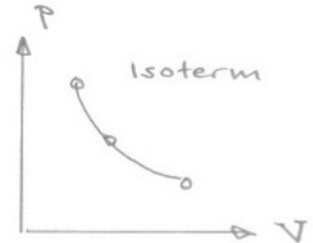
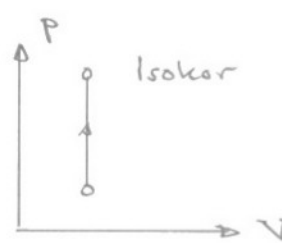
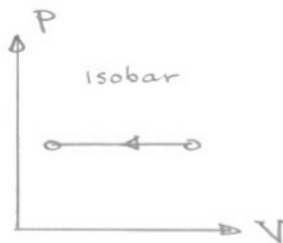
$$W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV$$



Tillståndet hos en gas kan beskrivas grafiskt på olika sätt. Det förekommer såväl TV- som PT- som PV-diagram.

Eftersom arbete är en viktig storhet och P och V är direkt kopplade till arbetet via sambandet ovan är PV-diagram vanligast.

Beloppet av arbetet är helt enkelt ytan under kurvan. I figurerna nedan beskrivs tre idealiserade processer där gasen går från ett initialtillstånd i till ett sluttillstånd f ; isobar (trycket hålls konstant), isokor (volymen hålls konstant) och isoterm (temperaturen hålls konstant).



Vid isobar tillståndsförändring ges arbetet av uttrycket

$$W = - p (V_f - V_i) = p (V_i - V_f)$$

Vid isokor tillståndsförändring är arbetet lika med noll eftersom volymen är konstant.

Vid isoterm tillståndsförändring gäller

$$W = - n R T \ln (V_f/V_i)$$

$$\left. \begin{array}{l} W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV \\ PV = nRT \end{array} \right\} \Rightarrow W = - \int_{V_i}^{V_f} nRT \frac{dV}{V} = - nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} =$$

$$= - nRT [\ln V_f - \ln V_i] =$$

$$= - nRT \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) \quad \text{v.s.v.}$$

TERMODYNAMIKENS FÖRSTA HUVUDSATS.

Vi har definierat arbete W och Q så att dessa storheter är positiva om omgivningen uträttar arbete på gasen respektive att värme tillförs gasen. Då kan vi använda energiprincipen och notera att förändringen ΔE_{int} av den inre energin ges av den mängd energi som gasen utbytt med omgivningen ges av

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W$$

Lägg märke till att om summan av Q och W är negativ så minskar den inre energin, d v s temperaturen T minskar. Om summan är positiv ökar T .

När ett system undergår infinitesimala ändringar kan vi skriva:

$$dE_{\text{int}} = dQ + dW$$



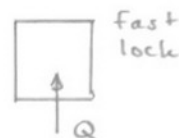
Lägg märke till att storheterna Q och W inte är egenskaper hos systemet. De är relaterade till förändringen av den inre energin via termodynamikens första huvudsats.

MOLÄRA SPECIFIKA VÄRMET.

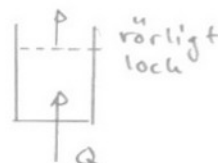
När det gäller kopplingen mellan värmeutbyte och förändring av den inre energin, d v s förändring av temperaturen, för en gas skiljer man på om värmeutbytet sker med randvillkoret konstant volym eller med konstant tryck. Det molära specifika värmets om värme tillförs under konstant volym betecknas med C_v motsvarande storhet om trycket är konstant betecknas med C_p .

Definitionsekvationerna är

$$Q = n C_v \Delta T \text{ (konstant volym)}$$



$$Q = n C_p \Delta T \text{ (konstant tryck)}$$



Det visar sig också att så länge som gasen har ett idealt uppförande så har alla enatomiga gaser samma värden på C_v och C_p och alla tvåatomiga gaser samma värde.

För enatomiga gaser gäller att $C_v = 3/2 R$ och $C_p = 5/2 R$. Härledningen av det första sambandet finns nedan.

För tvåatomiga gaser är situationen mer komplicerad. Det molära specifika värmets beror bl a på vid vilken temperatur värmeutbytet sker. Mer om detaljerna kommer när vi diskuterar fördelningsfunktioner. En förenkling är att i trakterna av rumstemperatur gäller för tvåatomiga gaser att $C_v = 5/2 R$ och $C_p = 7/2 R$.

För enatomiga gaser gäller

$$E_{\text{int}} = \frac{3}{2} n R T$$

Det medför att förändringen av den inre energin är kopplad till förändring av temperatur genom sambandet

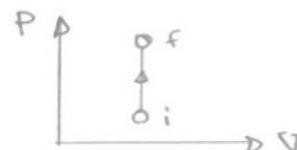
$$\Delta E_{\text{int}} = \frac{3}{2} n R \Delta T$$

Vid en process där volymen hålls konstant uträttas inte något arbete. Första huvudsatsen ger då att

$$E_{\text{int}} = Q$$

Alltså

$$Q = \frac{3}{2} n R \Delta T$$



Vilket tillsammans med definitionsekvationen för C_V : $Q = n C_V \Delta T$

ger oss

$$C_V = \frac{3}{2} R$$

Om vi vill kan vi nu använda sambandet

$$E_{\text{int}} = n C_V T$$

eller

$$\Delta E_{\text{int}} = n C_V \Delta T$$

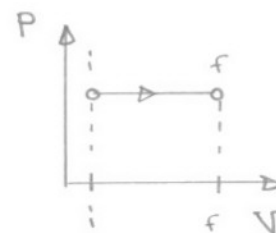
Detta samband gäller för alla ideala gaser, fast man måste använda den aktuella gasens värde på C_V .

Samband mellan C_P och C_V :

För en isobar process gäller

$$W = - p (V_f - V_i) = - n R (T_f - T_i)$$

$$Q = n C_P (T_f - T_i)$$



Som vi konstaterade ovan gäller alltid

$$\Delta E_{\text{int}} = n C_V \Delta T = n C_V (T_f - T_i)$$

1:a huvudsatsen ger nu

$$n C_V (T_f - T_i) = n C_P (T_f - T_i) + (- n R (T_f - T_i))$$

vilket ger

$$C_P = C_V + R$$

Kvoten mellan C_p och C_v betecknas γ .

$$\gamma = C_p / C_v$$

För enatomiga gaser gäller $\gamma = 5/3$ och för tvåatomiga gaser gäller (i trakten runt rumstemperatur) $\gamma = 7/5$.

ADIABATISK PROCESS FÖR EN IDEAL GAS.

Vi har tidigare gått igenom tre processer där vi hållit p , V respektive T konstanta; isobar, isokor och isoterm.

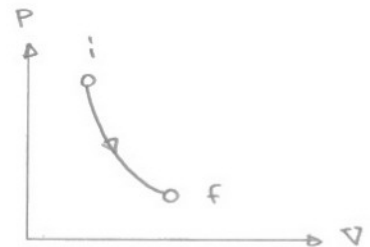
Dessa tre isoprocesser kompletterar vi med en fjärde process, adiabat, som kännetecknas av att gasen är perfekt värmeisolerad från omgivningen. Verkliga processer går ibland så snabbt och avlöses av någon annan process att man kan approximera dem med en adiabatisk process eftersom inget nämnvärt värmeutbyte med omgivningen hinner äga rum.

Första huvudsatsen gäller naturligtvis även för en adiabat:

$$dE_{\text{int}} = dQ + dW$$

men $dQ = 0$, vilket ger

$$dE_{\text{int}} = dW = -P dV$$



För alla processer gäller

$$dE_{\text{int}} = n C_v dT = -P dV$$

Även allmänna gaslagen gäller

$$PV = n R T$$

Om vi differentierar den får vi:

$$P dV + V dP = -(R/C_v) P dV$$

Men $R = C_p - C_v$, vilket ger:

$$P dV + V dP = -(R/C_v) P dV$$

Samt

$$P dV \gamma + V dP = 0$$

Vilket ger

$$dP/P + dV/V = 0$$

Om vi integrerar detta uttryck får vi

$$\ln P + \gamma \ln V = \text{konstant}$$

eller

$$PV^\gamma = \text{konstant}$$

Det innebär att om vi alla punkter i ett PV-diagram som ligger längs en och samma adiabat gäller att $PV^\gamma = \text{konstant}$. Konstantens värde beror på randvillkoren för den aktuella adiabaten och kan absolut inte slås upp i tabell. Ofta är initial- och slutpunkterna av särskilt intresse.

Då gäller

$$P_i V_i^\gamma = P_f V_f^\gamma$$

Genom att kombinera $PV^\gamma = \text{konstant}$ med allmänna gaslagen $PV = n R T$ får man

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$$

Man kan också visa att arbetet som uträttas vid en adiabatisk process ges av

$$W = 1/(\gamma+1) (P_f V_f - P_i V_i)$$

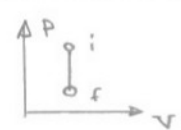
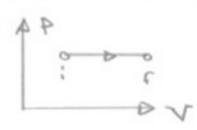
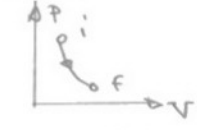
När man beräknar arbetet vid en adiabatisk process utnyttjar man sambandet

$$dE_{\text{int}} = n C_V dT = -P dV$$

som ger

$$W = n C_V (T_f - T_i)$$

Nu har vi gått igenom fyra idealiserade processer och nedan följer en sammanfattning:

	Isokor	Isobar	Isoterm	Adiabat
				
W	0	$p(V_i - V_f)$	$-nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$	$nC_V(T_f - T_i)$
Q	$nC_V(T_f - T_i)$	$nC_P(T_f - T_i)$	$nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$	0
ΔE_{int}	$nC_V(T_f - T_i)$	$nC_V(T_f - T_i)$	0	$nC_V(T_f - T_i)$

1:a huvudsatsen: $\Delta E_{\text{int}} = Q + W$

Konvektion

En fluid är som bekant materia med, mer eller mindre påtaglig, förmåga att strömma. Gaser och vätskor är exempel på fluider.

Konvektion är energiöverföring orsakad av rörelser i en fluid. Man skiljer på naturlig konvektion, som drivs av täthetsskillnader i fluiden och forcerad konvektion, som drivs av yttre krafter.

När man fyller väggarna i ett hus med isolering är det egentligen konvektion man försöker förhindra. Stillastående luft är en mycket effektiv isolator, men genom en luftfylld yttervägg transporteras mycket energi om den inte fylls med något som förhindrar konvektionen.

Strålning

I den förra fysikkursen kom vi i kontakt med svartkroppsstrålning och Plancks strålningslag. Som vi ska studera längre fram i kursen sänder laddningar som accelereras ut elektromagnetisk strålning. I alla kroppar, som har en temperatur som är skild från noll, accelereras laddningar (elektroner och kärnor) och de sänder således ut elektromagnetisk strålning. Ett exempel på detta är när atomerna i en järnklump svänger fram och tillbaka runt ett jämviktsläge. Ju högre temperaturen är, desto kraftigare är svängningsrörelserna och desto mer elektromagnetisk strålning.

En viktig svartkropp är solen. Intensiteten i strålningsfältet från solen avtar naturligtvis med avståndet från solen, men i yttre delen av jordens atmosfär är den så stor som nästan 1,4 kJ per kvadratmeter och sekund! Mycket av den inkommande energin reflekteras tillbaka ut i universum, men den del som når jordytan är hundrafallt större än det samlade energibehovet på vår planet.

Emissionen av elektromagnetisk strålning från en svart kropp ges av Stefans lag, där P är den effekt som kroppen strålar ut:

$$P = \sigma A e T^4$$

där

$\sigma = 5,669 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ (Stefan-Boltzmanns konstant)

A = objektets area

e = emissiviteten (en konstant som kan ha värden mellan 0 och 1).

e beror av ytans beskaffenhet och materialet som den är uppbyggd av. Förutom att ange hur mycket energi som emitteras från en kropp anger den också hur stor andel av infallande strålning som absorberas.

För en kropp, som själv har temperaturen T och som befinner sig i ett rum där allt annat har temperaturen T_0 blir nettoeffekten

$$P_{\text{eff}} = \sigma A e (T^4 - T_0^4)$$

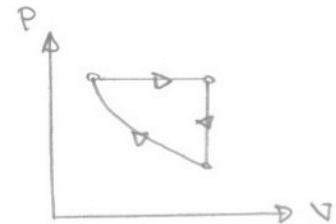
VÄRMEMASKINER, ENTROPI OCH ANDRA HUVUDSATSEN.

Termodynamikens första huvudsats utgör spelregler för processer. Dock är det inte ett tillräckligt villkor att den är uppfylld för att vi ska kunna avgöra vilka processer som kan äga rum i naturen. Ett exempel på detta är när vi skapar termisk kontakt mellan två föremål, ett med hög temperatur och ett med låg temperatur. Ur energikonserveringssynpunkt kan man tänka sig att ett värme flöde från den med låg temperatur till den med hög. Detta händer dock aldrig och vi ska se hur vi kan formulera denna naturlag matematiskt. Då kommer vi in på begreppet entropi.

Vi kommer också att studera hur man kan sätta samman olika delprocesser till en kretsprocess och på så sätt omvandla energi mellan olika former. Om vi omvandlar värme till mekaniskt arbete talar vi om en värmemaskin. Om vi genom att tillföra mekaniskt arbete i en process åstadkommer en nettotransport av värme från en behållare med låg temperatur till en med hög talar vi om en kylmaskin. Det finns två typer av kylmaskiner; värmepumpar och kylskåp.

Kretsprocesser:

I en kretsprocess sätter vi ihop olika delprocesser och ser till gasen så småningom kommer tillbaka till samma tillstånd där vi började. Det innebär att den inre energin är oförändrad när vi har fullbordat en komplett cykel. Det finns ingen naturlag som låter exempelvis gaser att spontant fullborda en kretsprocess. Vi måste åstadkomma detta med hjälp av yttre påverkan. Ett exempel på en kretsprocess är bensinmotorn. Där har motorkonstruktörerna bestämt hur man med hjälp av ventiler, gnistor och annat ska få gasen att utföra en serie delprocesser.

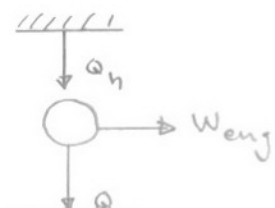


Värmemaskiner:

Värmemaskiner karakteriseras av att man tillför värme när gasen håller en hög temperatur och bortför värme när gasens temperatur är låg. I ett PV-diagram innebär detta att gasen utför kretsprocessen medurs. Det tillförda värmets får till resultat att gasen utför ett positivt nettoarbete. Nettoarbetets belopp är lika med den streckade ytan i figuren nedan. Värme tillförs till gasen och det är, grovt uttryckt, det pris som vi måste betala för att kunna åstadkomma det önskade resultatet; att gasen utför ett positivt nettoarbete. Processen ger ifrån sig "spillvärme". Detta skulle man kunna utnyttja genom att ha ytterligare en värmemaskin som tar tillvara spillvärmets.

Effektiviteten, verkningsgraden e , hos en värmemaskin anges som kvoten mellan nettoarbetet (utfört av gasen) W_{eng} och det arbete som omgivningen uträttar på gasen (fast med omvänt tecken) och det tillförda värmets.

$$e = W_{\text{eng}} / Q_h$$



När vi har fullbordat ett helt varv i en kretsprocess är den inre energin oförändrad. Detta innebär att skillnaden mellan beloppet av den tillförda värmemängden och den bortförda värmemängden, spillvärmets, måste vara lika med det nettoarbete som gasen utför.

Det innebär att

$$e = (Q_h - |Q_c|) / Q_h = 1 - (|Q_c| / Q_h)$$

Om man kunde konstruera en värmemaskin som inte avgav något spillvärme skulle dess verkningsgrad vara lika med 1. Allt tillfört värme skulle omvandlas till mekaniskt arbete. Detta är i praktiken omöjligt och en, av många, alternativa formuleringar av termodynamikens andra huvudsats lyder:

Det är omöjligt att konstruera en kretsprocess vars enda resultat är att energi absorberas i form av värme från en reservoar och att lika mycket energi produceras i form av mekaniskt arbete.
(Kelvin-Plancks formulering av 2:a huvudsatsen)

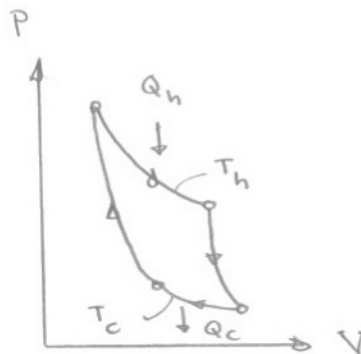
På föreläsningar och övningar kommer vi att gå igenom flera olika exempel på hur man räknar ut verkningsgraden för processer. Se bland annat de inskannade problem som finns på hemsidan under rubriken KRETSPROCESSPROBLEM.

På nästa sida följer ett exempel på en idealiserad kretsprocess; Carnotprocessen. Studera avsnitt 18.3 i läroboken som beskriver hur man åstadkommer de olika delprocesserna och sätt dig in i härledningen av dess verkningsgrad som finns på nästa sida i handskriven form.

Verkningsgraden för Carnotprocessen ges av

$$e_{\text{Carnot}} = 1 - (T_h / T_c)$$

Notera att detta enkla uttryck endast gäller för Carnotprocessen!



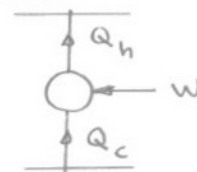
VÄRMEPUMPAR OCH KYLSKÅP.

Syftet med värmepumpar och kylskåp är att få till stånd en värmetransport från en reservoar med låg temperatur till en med hög. För att denna process, som inte uppstår spontant i naturen, ska kunna åstadkommas krävs att det uträttas ett positivt mekaniskt arbete på gasen. Det är det arbete som till exempel kompressorn i kylskåpet hemma uträttar.

I fallet värmepump är det mängden värme som avges till reservoaren med hög temperatur (något inne i huset) som är av intresse. I kylskåpet är det mängden värme tas upp från reservoaren med låg temperatur (något inne i kylskåpet) som är av intresse. Av detta skäl definierar man verkningsgraden för de olika processerna på olika sätt.

För värmepumpen gäller

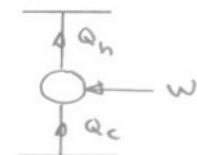
$$\text{COP}_{\text{heat pump}} = |Q_h|/W$$



där Q_h är lika med den värmemängd som avges till reservoaren med hög temperatur och W är det nettoarbete som omgivningen uträttar på gasen.

För kylskåpet gäller

$$\text{COP}_{\text{refrigerator}} = -Q_c/W$$



där Q_c är lika med den värmemängd som avges till reservoaren med låg temperatur, negativt, och W är det nettoarbete som omgivningen uträttar på gasen.

Vi kommer då naturligt fram till en variant på formulering av andra huvudsatsen:

Värme strömmar inte av sig självt från en kall till en het reservoar.
(Clausius formulering)

ENTROPI

Vi inför nu begreppet entropi och betecknar denna med S .

För reversibla processer definieras infinitesimala förändringar av entropin dS av sambandet:

$$dS = dQ_r/T$$

där Q_r är lika med, på reversibelt sätt, värmemängd som utbyts med omgivningen. Entropi anger graden av oordning i ett system. I läroboken finns ett exempel med tärningar som ger en bra bild av detta.

En allmän definition av entropi är

$$S = k_B \ln W$$

Där W är antalet mikrotillstånd som är associerade med ett visst makrotillstånd.

När vi nu har definierat entropin kan vi uttrycka 2:a huvudsatsen på ytterligare ett sätt:

Alla fysikaliska processer gör att entropin i universum ökar eller är oförändrad.
eller

Entropin för ett isolerat system kan aldrig minska

För ett delsystem som är i kontakt med ett annat system kan dock entropin minska.

Man kan visa att entropin är en tillståndsvariabel. Detta medför att entropiändringen är oberoende av vägen mellan initial- och sluttillstånd. Vi utnyttjar det när vi ska beräkna:

ENTROPIFÖRÄNDRING VID FRI EXPANSION

Antag att vi har en termiskt välisolerad behållare som är indelad i två delvolymer, V_i och V_{resten} , så att summan av dessa är V_f . Ursprungligen ockuperar gasen V_i medan resten av volymen är helt tom. Plötsligt försvinner skiljeväggen mellan V_i och V_{resten} varvid gasen så småningom fyller ut hela behållaren. Man talar då om fri expansion. Den processen är inte reversibel. Temperaturen hos gasen kommer dock att vara oförändrad eftersom inget arbete uträttas och det inte sker något värmeutbyte med omgivningen.

Det faktum att entropin är en tillståndsvariabel gör att vi kan beräkna entropiändringen för en isoterm expansion från V_i till V_f och den kommer att vara lika med entropiändringen för den irreversibla processen, den fria expansionen, som vi är intresserade av.



$$\text{Isoterm exp: } Q = nRT \cdot \ln \frac{V_f}{V_i} = \int_i^f dQ$$

$$\text{Entropiändring: } \Delta S = \int_i^f dS = \int_i^f \frac{dQ}{T} =$$

$$= \frac{1}{T} \int_i^f dQ = nR \ln \frac{V_f}{V_i}$$

Studera exempel 18,5! Det ger en känsla för vad det är för mekanismer som gör att entropin för system med tillräckligt många partiklar ökar.