

Tentamen i MEKANIK D1 (MME112)

Examinator: Åke Fäldt, tel 070 567 9080

Hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, SMT, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell. Valfri kalkylator samt ett egenhändigt framställt A4-blad med anteckningar.

Rättning: Protokollet anslås senast 2005-01-25

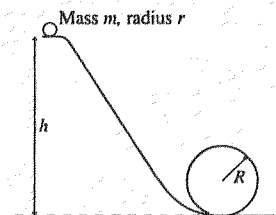
Granskning: 2005-01-25 kl 12.00 – 12.30 i HC4

Betyg: 3:a 10-14 p, 4:a 15-19 p, 5:a 20p –

FÖRKLARA ALLTID INFÖRDA STORHETER OCH MOTIVERA EKVATIONER OCH SLUTSATSER. RITA TYDLIGA FIGURER. KONTROLLERA SVARENS RIMLIGHET OCH DIMENSION.

1. En kärra vars massa är 1000 kg rullar åt höger med farten 5,0 m/s. En person med massan 70 kg står i högra änden av kärran och börjar plötsligt springa åt vänster på kärran med en hastighet som är 10 m/s relativt vagnen. Hur stor blir då vagnens fart? (4 p)

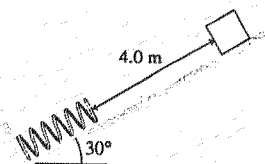
2. En homogen sfärisk kula vars massa är m och radie är r rullar nedför en bana enligt figuren. Hur stort måste h minst vara för att kulan ska klara att rulla runt i loopingdelen (radie R) utan att ramla ned? (4 p)



3. En motor drar runt ett stålblock (massa 2,0 kg) med hastigheten 200 varv per minut med hjälp av en arm vars längd är 80 cm. Blocket vilar på ett stålboard. Hur lång tid tar det efter det att motorn stängs av till dess att blocket har stannat helt. Hur många varv utför blocket under denna tid? Den dynamiska friktionskoefficienten för stål mot stål är 0,60. (4 p)



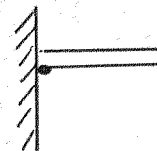
4. En låda vars massa är 10 kg glider 4,0 m nedför en friktionsfri ramp och kolliderar därefter med en masslös fjäder vars fjäderkonstant är 250 N/m. Hur stor är den maximala kompressionen av fjädern? Vid vilken fjäderkompression är lådans fart som störst? (4 p)



5. De två blocken i figuren oscillerar på ett friktionsfritt underlag med perioden 1,5 s. Det övre blocket börjar just glida när svängningsamplituden är 40 cm. Hur stor är friktionskoefficienten mellan de två blocken? (4 p)



6. En 1,0 m lång homogen och jämntjock stång vars massa är 200 g är ledad i ena änden och förbunden med en vägg enligt figuren. Hur stor hastighet har den fria änden av stängen när den träffar väggen? (4 p)



7. Skriv din namnteckning i den ruta på tentamensomslaget som hör till uppgift nr 7 om du godkänner att ditt resultat läggs ut på nätet identitetsskyddat med hjälp av kod eller att ditt resultat skickas till dig per e-mail.

Lösning 411 tentamen i mekanik för D7, 2005-01-07

①



Inga yttre krafter i x-led
Förelsemängden bevaras: (hastigheter relativt marken)

$$(M+m)v_0 = m(v-v_{rel}) + Mv$$

$$\Rightarrow v = \frac{(M+m)v_0 + mv_{rel}}{M+m}$$

$$= \frac{(1000+70) \cdot 5 + 70 \cdot 10}{1000+70} \text{ m/s} =$$

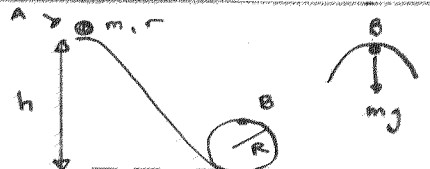
$$= \underline{5,65 \text{ m/s}}$$

②

$$I = \frac{2}{5}mr^2$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

A: $E_A = mgh$ (1)



B: $E_B = E_{rot} + E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 + 2Rgm$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \cdot \frac{v^2}{r^2} + \frac{1}{2}mv^2 + 2Rgm$$

I pkt B gäller $m \frac{v^2}{R} = mg + N$
 $N = 0 \Rightarrow m \frac{v_{min}^2}{R} = mg \Rightarrow v_{min}^2 = Rg$
 sätt in i (1):
 $\Rightarrow E_B = 2 \frac{7}{10} Rg = E_{A,min} = mgh_{min}$
 $\Rightarrow \underline{h_{min} = 2 \frac{7}{10} R}$

③

Friktionskraft $f_k = \mu_k mg$

$\Rightarrow$ Acceleration efter att motorn stängts av:
 $a = \frac{-f_k}{m} = -\mu_k g = -0,60 \cdot 9,81 = -5,88 \text{ m/s}^2$

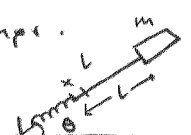
$\omega_0 = \frac{200}{60} \text{ s}^{-1} = 20,9 \text{ s}^{-1}$

ursprungshastighet $v_0 = \omega_0 \cdot r$
 "stannad": $t_s = -\frac{v_0}{a} = \frac{r \cdot \omega_0}{\mu_k g} = \frac{0,80 \cdot \frac{200}{60}}{0,60 \cdot 9,81} \text{ s}$
 $= \underline{2,84 \text{ s}}$

Antal varv:
 $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i = \omega_i t_s + \frac{a_t}{2r} t_s^2$
 $= 20,9 \cdot 2,84 + \frac{-5,88 \cdot (2,84)^2}{2 \cdot 0,80} = 29,7 \text{ rad}$
 $\Rightarrow \frac{29,7}{2\pi} = \underline{4,73 \text{ varv}}$

④

$x = \text{fjäderkompr.}$



$\sin\theta = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

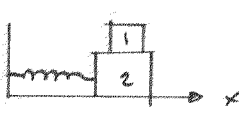
Pot. energin för fjäder och
 mech. energin konserverad ladda = 0 då $x=0$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - mgx \cdot \sin\theta + \frac{1}{2}kx^2 = mgl \cdot \sin\theta$$

a) $v=0$ $\frac{1}{2}kx^2 - mgx \cdot \frac{1}{2} = mgl \cdot \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow x^2 - \frac{mg}{k}x - \frac{mgl}{k} = 0$
 $\Rightarrow x = \frac{mg}{2k} \pm \sqrt{\left(\frac{mg}{2k}\right)^2 + \frac{mgl}{k}} \Rightarrow \underline{x = 1,46 \text{ m}}$

b) $\frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}kx^2 + mgx \cdot \sin\theta + mgl \cdot \sin\theta$
 $(\frac{1}{2}mv^2)_{max} \Rightarrow \frac{d}{dx} \left(-\frac{1}{2}kx^2 + mgx \cdot \sin\theta + mgl \cdot \sin\theta \right) = 0$
 $\Rightarrow x = \frac{mg \cdot \sin\theta}{k} = \underline{0,196 \text{ m}}$

⑤



$x(t) = A \cdot \sin \omega t$

$\Rightarrow \ddot{x}(t) = -A\omega^2 \sin \omega t \Rightarrow \ddot{x}(t)_{max} = A\omega^2$

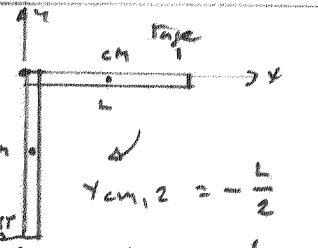
$f_{max} = \mu_s \cdot N = \mu_s m_1 g$

$m_1 \ddot{x}(t)_{max} = f_{max} \Rightarrow \mu_s = \frac{A\omega^2}{g}$
 $= \frac{0,40 \left(\frac{2\pi}{1,5} \right)^2}{9,81} = \underline{0,71}$

⑥

$I = \frac{1}{3}ML^2$

Energikonserverv.:



$0 = \frac{1}{2}I\omega_z^2 + Mg y_{cm,1}$
 $y_{cm,1} = -\frac{L}{2}$

I läge 1 är svärl kin. som pot. energi = 0

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}ML^2 \cdot \omega_z^2 + Mg \frac{L}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \omega_z = \sqrt{\frac{3g}{L}}$$

$v_{topp} = \omega_z \cdot L = \sqrt{3gL} = \underline{5,42 \text{ m/s}}$