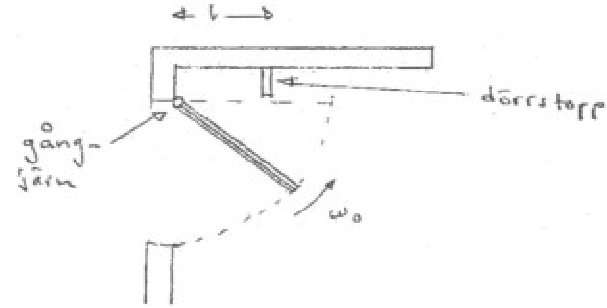
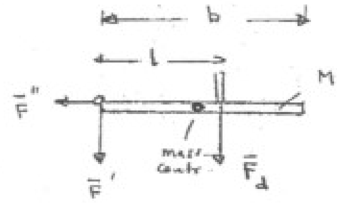
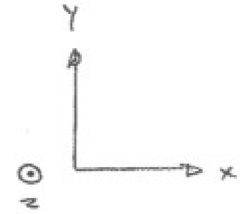
Dörrstopp.

Var ska dörrstoppen placeras för att påfrestningen på gångjärnen skall bli så liten som möjligt



Krafter på dörren när den träffar dörrstoppen:





$\bar{F}_d$ = kraft orsakad av dörrstoppen

$\bar{F}''$ = kraft på dörren som möjliggör centripetalaccelerationen

$\bar{F}'$ = kraft på dörren orsakad av gångjärnet

Mål: gör F' så liten som möjligt! Finns det något sätt att stoppa dörren så att $F' = 0$?

När dörren stannar förändras såväl rörelsemängd som rörelsemängdsmoment

Rörelsemängdsmoment: $L_i = \omega_0 I \quad L_f = 0 \qquad \bar{\tau} = \frac{d\bar{L}}{dt} \Rightarrow d\bar{L} = \bar{\tau}\cdot dt$

$$\Rightarrow \bar{L}_f - \bar{L}_i = \int_i^f d\bar{L} = \int_i^f \bar{\tau}\cdot dt \quad \text{men } \bar{\tau} = \bar{l}\times\bar{F}_d \quad \bar{F}_d \text{ är inte konstant i tiden.}$$

$$\bar{L}_f - \bar{L}_i = 0 - (L_i\hat{z}) = -I\omega_0\hat{z} \qquad \bar{l}\times\bar{F}_d = -lF_d\hat{z}$$

$$\therefore\ -I\omega_0 = -l\int_i^f F_d\,dt \Rightarrow \int_i^f F_d\,dt = \frac{I\omega_0}{l}$$

Rörelsemängden: masscentrum hos dörren lyder sambandet:

$$\bar{F}_{tot} = \frac{d\bar{p}}{dt} \Rightarrow \bar{p}_f - \bar{p}_i = \int_i^f \bar{F}_{tot}\cdot dt$$

$$\bar{p}_f = 0 \quad \bar{p}_i = mv_0\hat{y} = m\frac{l}{2}\omega_0\hat{y} \Rightarrow \bar{p}_f - \bar{p}_i = -m\frac{l}{2}\omega_0\hat{z}$$

$$\bar{F}_{tot} = -(F' + F_d)\hat{y} \qquad \therefore\ -m\frac{l}{2}\omega_0\hat{y} = \int_i^f(-F' + F_d)\hat{y}\cdot dt$$

$$\Rightarrow m\frac{l}{2}\omega_0 = \int_i^f (F' + F_d)\,dt = \int_i^f F'\cdot dt + \int_i^f F_d\cdot dt$$

$$\text{men } \int_i^f F_d\,dt = \frac{I\omega_0}{l}$$

$$\therefore\ m\frac{l}{2}\omega_0 = \int_i^f F'\cdot dt + \frac{I\omega_0}{l} \Rightarrow \int_i^f F'\cdot dt = \left(M\frac{b}{2} - \frac{I}{l}\right)\omega_0 =$$

$$= \left[I = \frac{1}{3}Mb^2\right] = \left(\cancel{M}\frac{b}{2} - \frac{1}{3}M\frac{b^2}{l}\right)\omega_0 = 0 \quad \text{om } \frac{\cancel{b}}{2} = \frac{1}{3}\frac{b^2}{l} \Rightarrow \boxed{l = \frac{2}{3}b}$$

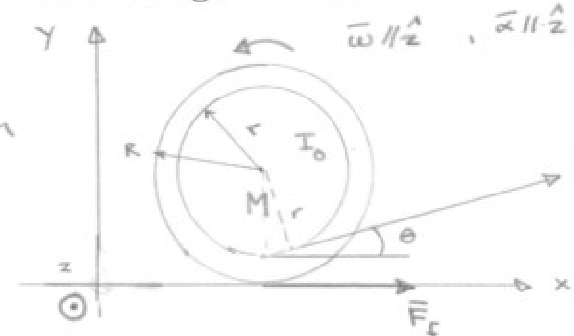
$$\therefore \int F'\,dt = 0 \text{ om } l = \frac{2}{3}b$$

F' har samma tecken under dt $\Rightarrow F' = 0$

6:47

En trådrulle vilar på en horisontell, sträv yta. Någon drag försiktigt i tråden såsom figuren visar. Åt vilket håll rullar trådrullen? Förutsätt att friktionen är tillräckligt stor för att förhindra glidning.

$\bar{\omega} \parallel \hat{z}$, $\bar{\alpha} \parallel \hat{z}$

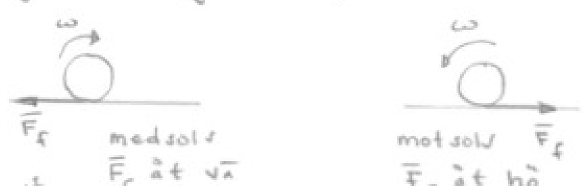


Lösning: Strävt underlag: rullning utan glidning.

För givna värden på r och R kan vi få trådrullen att rulla åt höger eller vänster genom att variera θ.

Friktionen mellan trådrullen och underlaget gör att den rullar utan att glida.

Rullningsriktningen avgör åt vilket håll friktionen verkar.



$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = a$

> Vi vet ju inte åt vilket håll trådrullen rullar men väljer att illustrera med fallet när den rullar åt vänster. Den matematiska behandlingen är dock allmän

Trådrullens rörelse kan ses som summan av två oberoende rörelser:

i) masscentrums translation:

$$M\ddot{x}\hat{x} = F_f\hat{x} + (F\cdot\cos\theta)\hat{x}$$

$$\Rightarrow \boxed{M\ddot{x} = F_f + F\cos\theta} \quad (1)$$

$\bar{\alpha} = \dot{\bar{\omega}}$

ii) rotationen runt masscentrum: $\bar{\tau} = I_0\bar{\alpha}$

$$\bar{\tau} = \bar{R}\times\bar{F}_f + \bar{r}\times\bar{F} = -RF_f\hat{z} + rF\hat{z} = I_0\alpha\hat{z}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_0\alpha = -RF_f + rF} \quad (2)$$

Rullning utan glidning: $\ddot{x} = -R\alpha \rightarrow \alpha = -\frac{\ddot{x}}{R}$

> [positiv vinkelacc ger rörelse åt vänster dvs $\ddot{x} < 0$]

Insättning av $\alpha = -\frac{\ddot{x}}{R}$ i (2) ger:

$$\frac{I_0}{R}\ddot{x} = -RF_f - rF \quad (2')$$

Nu eliminerar vi F_f (bl.a. eftersom vi inte känner dess riktning) genom att multiplicera (1) med R

$$\Rightarrow MR\ddot{x} = RF_f + RF\cdot\cos\theta \quad (1')$$

(1') + (2') ger

$$\left(MR + \frac{I_0}{R}\right)\ddot{x} = RF\cos\theta - rF = F(R\cdot\cos\theta - r)$$

$$\Rightarrow \ddot{x} = \frac{1}{\left(MR + \frac{I_0}{R}\right)} F(R\cdot\cos\theta - r)$$

$\Rightarrow \ddot{x} > 0$ (rörelse åt hö) om $R\cdot\cos\theta - r > 0$

$\Rightarrow \cos\theta > \frac{r}{R}$ $\quad \ddot{x} < 0$ om $\cos\theta < \frac{r}{R}$

∴ liten vinkel → stor vinkel ←

6.47 (forts)

ex. $R = 3\,cm \quad r = 2\,cm \quad \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow$ gränsvinkel $\theta_c = \arccos\frac{2}{3} = 48^\circ$

$r = 1\,cm \quad \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \theta_c = 70^\circ$

<u>Friktionskraftens riktning:</u>

Tillbaka till (1) och (2')

$$M\ddot{x} = F_f + F\cdot\cos\theta \qquad (1)$$

$$\frac{I_0}{R}\ddot{x} = -RF_f - rF \qquad (2')$$

(1) ger $M\frac{r}{\cos\theta}\ddot{x} = F_f\cdot\frac{r}{\cos\theta} + rF \qquad (1'')$

$$\Rightarrow \left(\frac{Mr}{\cos\theta} + \frac{I_0}{R}\right)\ddot{x} = \left(\frac{r}{\cos\theta} - R\right)F_r = \frac{r - R\cdot\cos\theta}{\cos\theta}F_f =$$

$$= -\frac{1}{\cos\theta}(R\cdot\cos\theta - r)F_f =$$

$$= -\frac{1}{R\cdot\cos\theta}\left(\cos\theta - \frac{r}{R}\right)F_f$$

Vi har alltså $A\cdot\ddot{x} = -B\cdot C\cdot F_f$

A och B är positiva $\quad + \cdot + = - \cdot + \cdot + \cdot -$

om $\cos\theta > \frac{r}{R} \Rightarrow C > 0$. Vi vet att $\ddot{x} > 0 \quad \Rightarrow F_f < 0$

om $\cos\theta < \frac{r}{R} \Rightarrow C < 0$. Vi vet att $\ddot{x} < 0 \quad \Rightarrow F_f < 0$

$+ \cdot - = - \cdot + \cdot - \cdot -$