Chalmers Tekniska Högskola
Teknisk Fysik

2007-01-15
14 00-18 00

Tentamen i FYSIK del 1 för E2 (ffy 141 & ffy 142)

Lärare:	Åke Fäldt, tel 772 3349 eller 070 567 9080
Hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta, SMT, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell. Valfri kalkylator (tömd på för kursen relevant information) samt ett egenhändigt framställt A4-blad med anteckningar.
Rättningen:	Klar senast 2007-01-31
Granskning:	Kl 12.00 - 13.00 onsdagen den 31 januari i Vasa A.
Betyg:	3:a 10-14 p, 4:a 15-19 p, 5:a 20p -

FÖRKLARA ALLTID INFÖRDA STORHETER OCH MOTIVERA EKVATIONER OCH SLUTSATSER
RITA TYDLIGA FIGURER. KONTROLLERA SVARENS RIMLIGHET OCH DIMENSION.

1. En grund damm har blivit belagd med is och temperaturförhållandena har varit stabila under en längre tid så att ett stationärt tillstånd har uppnåtts. Luften omedelbart ovanför isen har temperaturen –5,0 grader Celsius och marken omedelbart under dammen har temperaturen +4,0 grader Celsius. Dammens totala djup (summan av is- och vattenlagrets tjocklek) är 1,40 m. Bestäm islagrets tjocklek. (4 p)

2. 1,0 mol av en enatomig gas genomgår en kretsprocess som består av följande steg;
   a-b: adiabatisk expansion från trycket 10,0 atm och volymen 1,0 liter till volymen 8,0 liter.
   b-c: isobar kompression.
   c-a: isokor expansion
   Beräkna värmetillförseln till gasen under processen samt dess termiska verkningsgrad. (4 p)

3. En sträng har sträcks mellan två fästpunkter som är belägna på avståndet 75,0 cm från varandra. När man slår an strängen kan man mäta upp att den har resonanser vid 420 respektive 315 Hz och att det inte finns någon resonans mellan dessa. Hur stor är frekvensen för grundtonen på strängen och hur stor är utbredningshastigheten för de aktuella vågorna på strängen? (4 p)

VG VÄND!

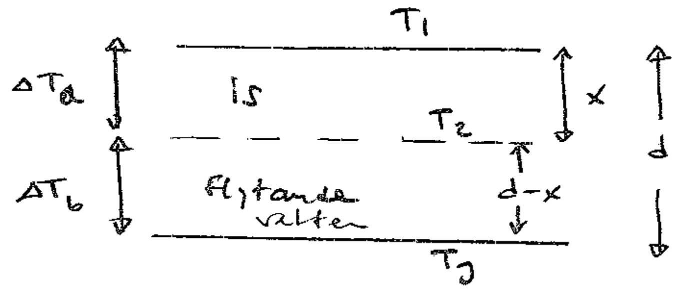
4. En stråle av rött ljus infaller vinkelrätt mot ett transmissionsgitter. Efter passagen av gittret observeras ljuset på en halvcylinderformad genomskinlig skärm som har sin symmetriaxel i gittet och parallell med ritsarna i gittret. Man observerar då 15 ljusa fläckar på skärmen. Vad kan man då dra för slutsatser om gitterkonstantens storlek om man vet att ljusets våglängd är 654 nm? (4 p)

5. En elektron är instängd i en endimensionell potentiallåda med oändligt höga väggar. Hur bred är potentiallådan om vi vet att belysning med den längsta våglängden i en vätelampas Balmerserie kan lyfta protonen från det tillstånd som har lägst energi till det tillstånd som har den näst lägsta energin i potentiallådan? (Balmerserien karakteriseras av att huvudkvanttalet för sluttillståndet = 2) (4 p)

6. Visa att medelenergin vid T=0 för fria elektroner som kan röra sig i en, två respektive tre dimensioner är $1/3\ E_F$, $1/2\ E_F$ respektive $3/5\ E_F$. (4 p)

Skriv din namnteckning på rad nr 7 på tentaomslaget om du godkänner att du får ditt resultat per e-mail.

(1)



__Givet:__

$T_1 = -5°C$

$T_3 = +4°C$

$d = 1{,}4$ m

ur tabell: $\lambda_{is} = 2$ W/mK $\quad \lambda_{H_2O} = 0{,}6$ W/mK

__Lösning:__ $T_2 = 0°C$

$\Delta T_a = T_2 - T_1 = +5°C$

$\Delta T_b = T_3 - T_2 = +4°C$

samma värmeflöde genom is- och vattenlager:

$$\Rightarrow \lambda_{is} \frac{\Delta T_a}{x} = \lambda_{H_2O} \frac{\Delta T_b}{d-x}$$

$$\Rightarrow (d-x)\lambda_{is}\Delta T_a = x \cdot \lambda_{H_2O} \cdot \Delta T_b$$

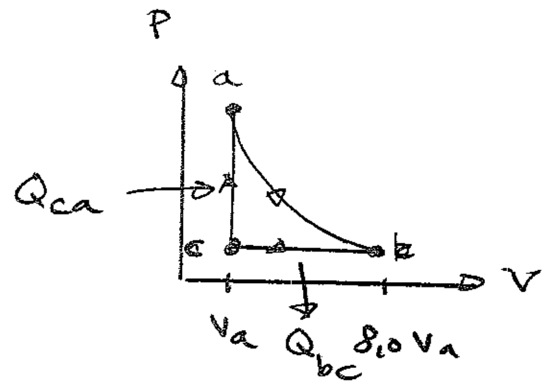
$$\Rightarrow d\,\lambda_{is}\Delta T_a = x\left(\lambda_{H_2O} \cdot \Delta T_b + \lambda_{is}\Delta T_b\right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{\lambda_{is}\Delta T_a}{\lambda_{H_2O} \cdot \Delta T_b + \lambda_{is}\Delta T_b}\, d =$$

$$= \frac{2 \cdot 5}{0{,}6 \cdot 4 + 2 \cdot 5} \cdot 1{,}4 = 1{,}129 \text{ m} =$$

$$\underline{\underline{= 1{,}1 \text{ m}}}$$

(2)



Givet: $V_a = 1{,}0\ l$

$p_a = 10{,}0$ atm

$V_b = 8{,}00\, V_a$

$n' = 1{,}0$ mol

Lösning: enatomig gas

$$C_p = \frac{5}{2} R$$

$$C_V = \frac{3}{2} R$$

$$\gamma = \frac{5}{3}$$

$$\eta = \frac{Q_{ca} - Q_{bc}}{Q_{ca}}$$

$$Q_{bc} = n' C_p (T_c - T_b)$$

$$Q_{ca} = n' C_V (T_a - T_c)$$

$$p_a V_a = n' R T_a \Rightarrow T_a = \frac{p_a V_a}{n' R} = \frac{10{,}0 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-3}}{1{,}0 \cdot 8{,}31} =$$

$$= 121{,}9\ K$$

$$p_a V_a^{\gamma} = p_b V_b^{\gamma} \Rightarrow p_b = p_a \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{5/3} = p_a \left(\frac{1}{8}\right)^{5/3} =$$

$$= 0{,}031\, p_a$$

$$\Rightarrow T_c = 0{,}031 \cdot T_a$$

$$T_a V_a^{\gamma-1} = T_b V_b^{\gamma-1} \Rightarrow T_b = T_a \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{\gamma-1} = T_a \left(\frac{1}{8}\right)^{2/3} =$$

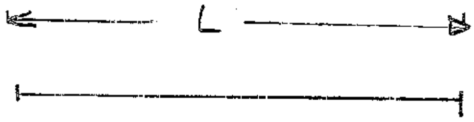
$$= 0{,}25\, T_A$$

$$Q_{bc} = -1{,}0 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8{,}31 \cdot 121{,}9\, (0{,}25 - 0{,}031)\ J = -554\ J$$

$$Q_{ca} = 1{,}0 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8{,}31 \cdot 121{,}9\, (1 - 0{,}031)\ J = 1472\ J$$

$$\eta = \frac{1472 - 557}{1472} = 62\,\%$$

3



Givet: $L = 0{,}75$ m Stående våg.

$f_n = 315$ Hz n heltal

$f_{n+1} = 420$ Hz

Lösning: $v = f\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$ $f = \frac{v}{\lambda}$

$$\left.\begin{aligned} k_n &= n\frac{\pi}{L} \\ k_n &= \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{2\pi \cdot f_n}{v} \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2f_n = n\frac{v}{L}$$

Dessutom på samma sätt $2f_{n+1} = (n+1)\frac{v}{L}$

$$\Rightarrow 2(f_{n+1} - f_n) = (n+1)\frac{v}{L} - n\frac{v}{L}$$

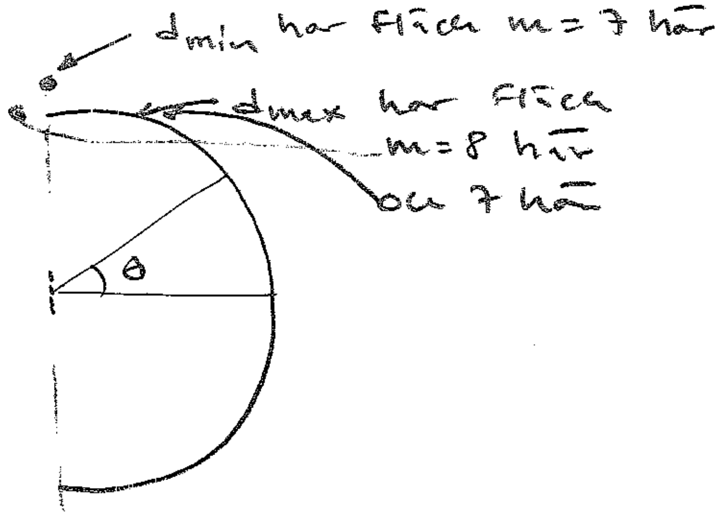
$$\Rightarrow 2(f_{n+1} - f_n) = \frac{v}{L}$$

$$\Rightarrow 2(420 - 315) = \frac{v}{L} \quad \Rightarrow v = 2L(420 - 315)$$

$$\Rightarrow v = 2 \cdot 0{,}75(420 - 315) = \underline{\underline{157{,}5 \text{ m/s}}}$$

Grundtonen: $\lambda = 2L \Rightarrow f_0 = \frac{157{,}5}{2 \cdot 0{,}75} = \underline{\underline{105 \text{ Hz}}}$

(4)



Givet: 15 fläckar på skärmen

$\lambda = 654\,\text{nm}$

Lösning: gitterformeln $d \cdot \sin\theta = m\lambda$ ger.

$d_{min} \cdot \sin 90^\circ = 7\lambda$ — de sista synliga fläckarna precis vid 90°

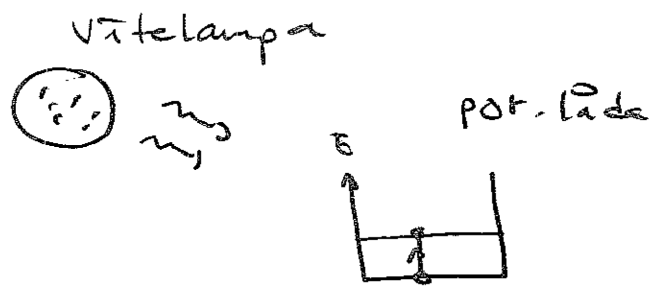
$d_{max} \cdot \sin 90^\circ = 8 \cdot \lambda$ — de första osynliga fläckarna precis vid $\approx 90^\circ$

$\therefore \quad d_{min} = 7 \cdot \lambda = 7 \cdot 654 \cdot 10^{-9} = 4{,}58 \cdot 10^{-6}\,\text{m}$

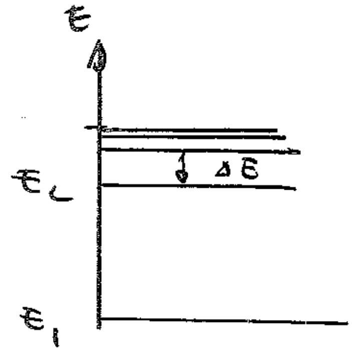
$d_{max} = 8 \cdot \lambda = 8 \cdot 654 \cdot 10^{-9} = 5{,}23 \cdot 10^{-6}\,\text{m}$

$\therefore \quad \underline{\underline{d \in [4{,}58\ ,\ 5{,}23]\,\mu\text{m}}}$

5



Fotonenergi: minsta i Balmerserien



$$E_n = -13{,}6 \frac{1}{n^2} \text{ (eV)}$$

$$\Delta E = 13{,}6 \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right] \text{eV} =$$

$$= 13{,}6 \, \frac{5}{36} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Lådan:

$$E_n = n^2 \frac{h^2}{8ma^2}$$

$$\Rightarrow \Delta E_{min} = (2^2 - 1^2) \frac{h^2}{8ma^2} = \frac{3h^2}{8ma^2}$$

$$\Delta E = \Delta E_{min}$$

$$\Rightarrow \frac{3h^2}{8ma^2} = \frac{13{,}6 \cdot 5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{36}$$

$$\Rightarrow a = \left(\frac{3h^2 \cdot 36}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 13{,}6} \right)^{1/2} =$$

$$= 7{,}74 \cdot 10^{-10} \text{ m} = \underline{\underline{7{,}74 \text{ Å}}}$$

Tillståndstätheter:

(6)

1 dim : $D(E) \sim E^{-1/2}$

2 dim : $D(E) = \text{konstant}$

3 dim : $D(E) \sim E^{1/2}$

$T = 0$

1 dim : $$\epsilon_{medel} = \frac{\int_0^{E_F} \text{konst} \cdot E^{-1/2} \cdot E \, dE}{\int_0^{E_F} \text{konst} \cdot E^{-1/2} \, dE} =$$

$$= \frac{\int_0^{E_F} E^{1/2} \, dE}{\int_0^{E_F} E^{-1/2} \, dE} = \frac{\frac{2}{3} E_F^{3/2}}{2 E_F^{1/2}} = \underline{\underline{\frac{1}{3} E_F}}$$

2 dim

$$\epsilon_{medel} = \frac{\int_0^{E_F} \text{konst} \cdot E \, dE}{\int_0^{E_F} \text{konst} \cdot dE} = \frac{\frac{1}{2} E_F^2}{E_F} =$$

$$= \underline{\underline{\frac{E_F}{2}}}$$

3 dim

$$\epsilon_{medel} = \frac{\int_0^{E_F} \text{konst} \cdot E^{1/2} \cdot E \cdot dE}{\int_0^{E_F} \text{konst} \cdot E^{1/2} \, dE} =$$

$$= \frac{\frac{2}{5} E_F^{5/2}}{\frac{2}{3} E_F^{3/2}} = \underline{\underline{\frac{3}{5} E_F}}$$