Chalmers Tekniska Högskola
Teknisk Fysik

2007-01-16
14.00-18.00

Tentamen i FYSIK FÖR INGENJÖRER för I2 (ffy 612)

Lärare:	Åke Fäldt, tel 772 3349 eller 070 567 9080
Hjälpmedel:	Physics Handbook, Beta, SMT, TEFYMA eller motsvarande gymnasietabell. Valfri kalkylator (tömd på för kursen relevant information) samt ett egenhändigt framställt A4-blad med anteckningar.
Rättningen:	klar senast onsdagen den 31 januari 2007.
Granskning:	onsdagen den 31 januari 2007 12.00-12.45 i Vasa A
Betyg:	3:a 10-14 p, 4:a 15-19 p, 5:a 20p –

FÖRKLARA ALLTID INFÖRDA STORHETER OCH MOTIVERA EKVATIONER OCH SLUTSATSER. RITA TYDLIGA FIGURER.
KONTROLLERA SVARENS RIMLIGHET OCH DIMENSION.

1. En grund damm har blivit belagd med is och temperaturförhållandena har varit stabila under en längre tid så att ett stationärt tillstånd har uppnåtts. Luften omedelbart ovanför isen har temperaturen –5,0 grader Celsius och marken omedelbart under dammen har temperaturen +4,0 grader Celsius. Dammens totala djup (summan av is- och vattenlagrets tjocklek) är 1,40 m. Bestäm islagrets tjocklek. (4 p)

2. 1,0 mol av en enatomig gas genomgår en kretsprocess som består av följande steg;
   - a-b: adiabatisk expansion från trycket 10,0 atm och volymen 1,0 liter till volymen 8,0 liter.
   - b-c: isobar kompression.
   - c-a: isokor ~~expansion.~~

   Beräkna värmetillförseln till gasen under processen samt dess termiska verkningsgrad. (4 p)

3. Antag att man seriekopplar två värmemaskiner där spillvärmet från den första används för att driva den andra. Visa att verkningsgraden e för den sammansatta maskinen ges av sambandet

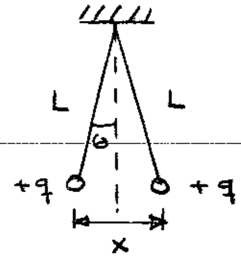
$$e = e_1 + e_2 - e_1 e_2$$

där e_1 och e_2 är verkningsgraderna för de två enskilda maskinerna. (4 p)

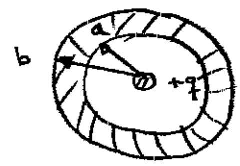
VG VÄND!

4. Två små ledande kulor med identiska massor m och laddningar q hänger i två icke ledande trådar, vardera med länden L. Kulorna repellerar varandra så att trådarna kommer att bilda vinkeln med θ lodlinjen. Visa att det för små vinklar gäller att avståndet x mellan de två kulorna ges av : (4 p)

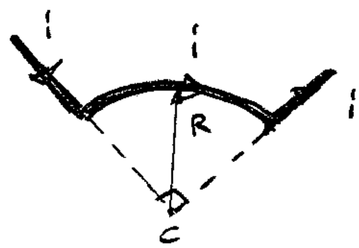
$$x = (2kq^2 L/mg)^{1/3}$$



5. Ett icke ledande sfäriskt skal med innerradie a och ytterradie b har den positiva (icke konstanta) rymdladdningstätheten $\rho = A/r$, där r är avståndet till det sfäriska skalets centrum och A är en konstant. Dessutom finns det en positiv punktladdning med laddningen +q i centrum. Vilket värde måste A ha för att det elektriska fältet ska vara konstant inuti det sfäriska skalet? (4 p)



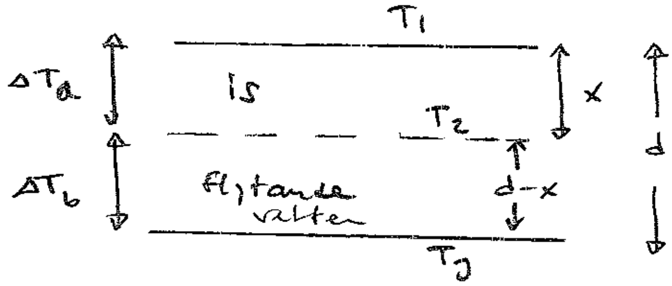
6. Tråden som visas i figuren genomflöts av den konstanta strömmen i. Bestäm magnetfältet **B** (riktning och belopp) i punkten C om strömstyrkan är 5 A och avståndet R = 0,3 m. (4 p)



Skriv din namnteckning på rad nr 7 på tentaomslaget om du godkänner att du får ditt resultat per e-mail.

①

Givet:



$T_1 = -5°C$

$T_3 = +4°C$

$d = 1{,}4$ m

Ur tabell: $\lambda_{is} = 2$ W/mK $\qquad \lambda_{H_2O} = 0{,}6$ W/mK

Lösning: $T_2 = 0°C$

$\Delta T_a = T_2 - T_1 = +5°C$

$\Delta T_b = T_3 - T_2 = +4°C$

Samma värmeflöde genom is- och vattenlager:

$$\Rightarrow \lambda_{is} \frac{\Delta T_a}{x} = \lambda_{H_2O} \frac{\Delta T_b}{d-x}$$

$$\Rightarrow (d-x)\,\lambda_{is}\,\Delta T_a = x \cdot \lambda_{H_2O} \cdot \Delta T_b$$

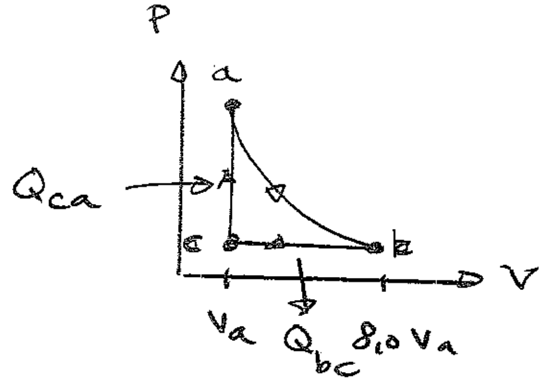
$$\Rightarrow d\,\lambda_{is}\,\Delta T_a = x\left(\lambda_{H_2O} \cdot \Delta T_b + \lambda_{is}\,\Delta T_b\right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{\lambda_{is}\,\Delta T_a}{\lambda_{H_2O} \cdot \Delta T_b + \lambda_{is}\,\Delta T_b}\, d =$$

$$= \frac{2 \cdot 5}{0{,}6 \cdot 4 + 2 \cdot 5} \cdot 1{,}4 = 1{,}129 \text{ m} =$$

$$\underline{\underline{= 1{,}1 \text{ m}}}$$

(2)



Givet: $V_a = 1{,}0\ l$

$P_a = 10{,}0\ \text{atm}$

$V_b = 8{,}00\, V_a$

$n' = 1{,}0\ \text{mol}$

Løsning: enatomig gas

$$C_p = \frac{5}{2} R$$

$$C_V = \frac{3}{2} R$$

$$\gamma = \frac{5}{3}$$

$$\eta = \frac{Q_{ca} - Q_{bc}}{Q_{ca}}$$

$$Q_{bc} = n' C_p (T_c - T_b)$$

$$Q_{ca} = n' C_V (T_a - T_c)$$

$$P_a V_a = n' R T_a \Rightarrow T_a = \frac{P_a V_a}{n' R} = \frac{10{,}0 \cdot 1{,}013 \cdot 10^5 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-3}}{1{,}0 \cdot 8{,}31} =$$

$$= 121{,}9\ \text{K}$$

$$P_a V_a^{\gamma} = P_b V_b^{\gamma} \Rightarrow P_b = P_a \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{5/3} = P_a \left(\frac{1}{8}\right)^{5/3} =$$

$$= 0{,}031\, P_a$$

$$\Rightarrow T_c = 0{,}031 \cdot T_a$$

$$T_a V_a^{\gamma - 1} = T_b V_b^{\gamma - 1} \Rightarrow T_b = T_a \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{\gamma - 1} = T_a \left(\frac{1}{8}\right)^{2/3} =$$

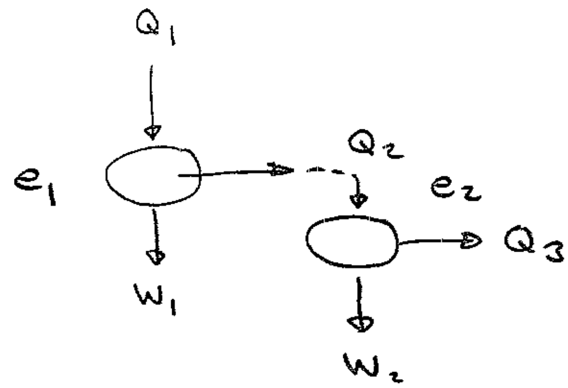
$$= 0{,}25\, T_A$$

$$Q_{bc} = -1{,}0 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8{,}31\ 121{,}9\ (0{,}25 - 0{,}031)\ \text{J} = -554\ \text{J}$$

$$Q_{ca} = 1{,}0 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8{,}31 \cdot 121{,}9\ (1 - 0{,}031)\ \text{J} = 1472\ \text{J}$$

$$\eta = \frac{1472 - 557}{1472} = 62\%$$

(3)



Verkningsgrad för maskin

1) $e_1 = \dfrac{W_1}{Q_1} = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ (1)

2) $e_2 = \dfrac{W_2}{Q_2} = \dfrac{Q_2 - Q_3}{Q_2}$ (2)

1+2) $e = \dfrac{W_1 + W_2}{Q_1} = \dfrac{(Q_1 - Q_2) + (Q_2 - Q_3)}{Q_1} = \dfrac{Q_1 - Q_3}{Q_1}$

∴ Beräkna $\dfrac{Q_1 - Q_3}{Q_1}$! (3)

Uttryck Q_1 och Q_3 i Q_2, e_1 och e_2 !

(1) ger $e_1 Q_1 = Q_1 - Q_2 \Rightarrow \boxed{Q_1 = \dfrac{Q_2}{e_1 - 1}}$

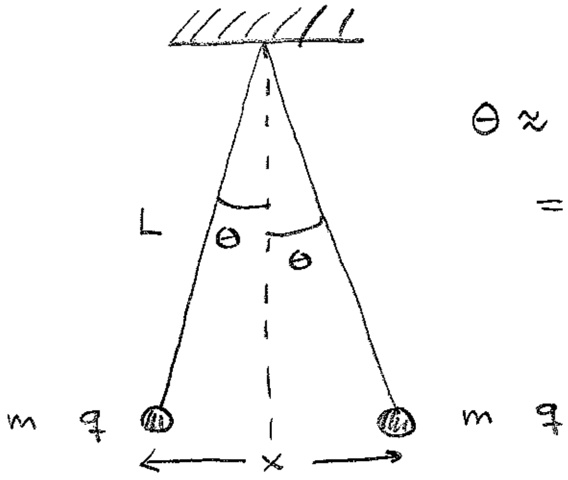
(2) ger $e_2 Q_2 = Q_2 - Q_3 \Rightarrow \boxed{Q_3 = Q_2 (e_2 - 1)}$

$$\therefore \quad e = \frac{Q_1 - Q_3}{Q_1} = 1 - \frac{Q_3}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2(e_2 - 1)}{\frac{Q_2}{e_1 - 1}} =$$

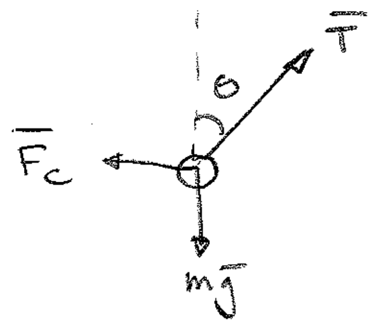
$$= 1 - (e_2 - 1)(e_1 - 1) = 1 - e_1 e_2 + e_1 + e_2 - 1$$

$$= \underline{\underline{e_1 + e_2 - e_1 e_2}} \quad \text{VSV}$$

4



$$\theta \approx \sin\theta \approx \tan\theta = \frac{\frac{x}{2}}{L} = \frac{x}{2L}$$



Krafter: $\bar{T}$ = spännkraften i snöret

y-led : $T \cdot \cos\theta = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\theta}$ (1)

x-led : $T \cdot \sin\theta = F_c = k \frac{q^2}{x^2}$ (2)

sätt in $T = \frac{mg}{\cos\theta}$ i (2) !

$$\Rightarrow \frac{mg}{\cos\theta} \sin\theta = k \frac{q^2}{x^2}$$

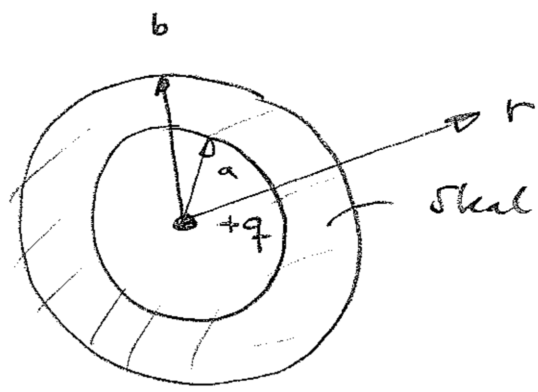
$$\Rightarrow mg \tan\theta = k \cdot \frac{q^2}{x^2}$$

$$\Rightarrow mg \frac{x}{2L} = k \frac{q^2}{x^2}$$

$$\Rightarrow x^3 = \left(\frac{k q^2 \cdot 2L}{mg} \right)$$

$$\Rightarrow x = \left(\frac{2kq^2L}{mg} \right)^{1/3}$$ vsv.

(5)



rymdladdn. täthet i skalet

$$\rho = \frac{A}{r}$$

laddning i $[r, r+dr]$ ges av

$$dQ = 4\pi r^2 dr \cdot \frac{A}{r} = 4\pi A\, r\, dr$$

Gauss sats: $\displaystyle \oint \bar{E} \cdot d\bar{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$

$$\Rightarrow E(r)\, 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0}\left[\int_a^r 4\pi A r \cdot dr + q\right]$$

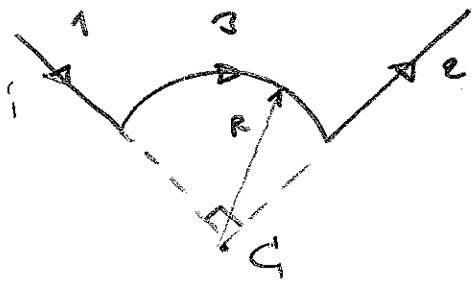
$$\Rightarrow E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0}\left[2\pi A r^2 - 2\pi A a^2 + q\right]$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{1}{\epsilon_0}\left[\frac{A}{2} - \frac{1}{4\pi r^2}\left(2\pi A a^2 - q\right)\right]$$

$\therefore$ $E(r)$ = konstant om $2\pi A a^2 = q$

$$\Rightarrow \boxed{A = \frac{q}{2\pi a^2}}$$

⑥



Bidrag till fältet i C från slingelementet $d\bar{s}$

$$d\bar{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\, d\bar{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

För sektionerna 1 och 2 gäller

$$d\bar{s} \times \hat{r} = 0$$

Magnetfältet i centrum av en cirkulär slinga som genomflyts av en ström i och som har radien R ges av

$$|\bar{B}| = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

Nu har vi bara $\frac{1}{4}$ varv

$$\Rightarrow |\bar{B}| = \frac{\mu_0 i}{4 \cdot 2R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{8 \cdot 0{,}3} = \underline{\underline{2{,}617 \cdot 10^{-7}\,T}}$$

$\bar{B}$ är riktad in i papperet

$\otimes$