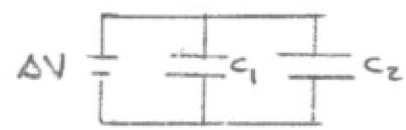
20.49

Två kondensatorer med kapacitanserna 25,0 mikrofarad och 5,00 mikrofarad parallellkopplas och laddas upp med hjälp av en 100-volts spänningskälla.
Rita kretsen och beräkna den totala energin som är lagrad i de två kondensatorerna.
Hur stor skulle potentialskillnaden kondensatorerna om de hade kopplats i serie om de skulle innehålla lika mycket energi som i det föregående fallet?

Lösning:

Parallellkoppling: $\Delta V = 100\ V$

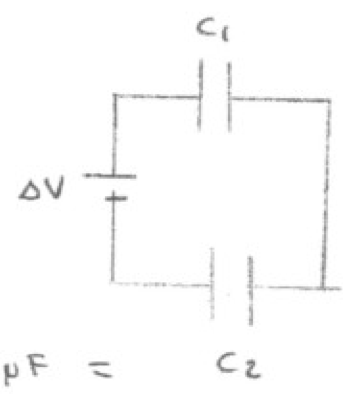


$$C_p = C_1 + C_2 = (25{,}0 + 5{,}00)\ \mu F = 30{,}0\ \mu F$$

Potentiell energi i kondensatorn: $U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 =$

$$= \frac{1}{2}\, 30{,}0 \cdot 10^{-6} \cdot 100^2\ J = \underline{\underline{0{,}150\ J}}$$

Seriekoppling:



$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\Rightarrow C_s = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{25{,}0 \cdot 5{,}00}{30{,}0}\ \mu F =$$

$$= 4{,}17\ \mu F$$

$$U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 \Rightarrow \Delta V = \sqrt{\frac{2U}{C}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}150}{4{,}17 \cdot 10^{-6}}}\ V =$$

$$= 1830\ V = \underline{\underline{1{,}83 \cdot 10^3\ V}}$$

Parallell $Q = Q_1 + Q_2$

$C = \frac{Q_1 + Q_2}{\Delta V}$

$= C_1 + C_2$

$C_{tot} = C_1 + C_2$

Serie. $Q_1 = Q_2 = Q$

$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} =$

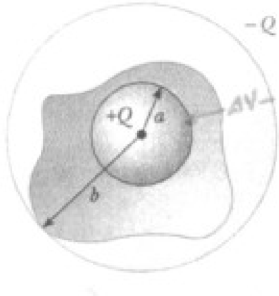
$= Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) \Rightarrow \frac{\Delta V}{Q} = \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

20.38

38. A *spherical capacitor* consists of a spherical conducting shell of radius b and charge $-Q$ that is concentric with a smaller conducting sphere of radius a and charge $+Q$ (Fig. P20.38). (a) Show that its capacitance is

$$C = \frac{ab}{k_e(b-a)}$$

(b) Show that as b approaches infinity, the capacitance approaches the value $a/k_e = 4\pi\epsilon_0 a$.



Lösning. Kapacitansen är förmågan att lagra laddning utan att spänningen blir för stor.

a)

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

spänning mellan ytter- och innerradie.

$$V_b - V_a = -\int_a^b \bar{E}\cdot d\bar{r} \qquad d\bar{r} = dr\,\hat{r}$$

$$\bar{E} = k_e Q \frac{1}{r^2}\hat{r}$$

$$\Rightarrow V_b - V_a = -k_e Q \int_a^b \frac{1}{r^2}\,dr\,(\hat{r}\cdot\hat{r}) = -k_e Q \int_a^b \frac{dr}{r^2} =$$

$$= -k_e Q\left[-\frac{1}{r}\right]_a^b = k_e Q\left[\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right] = k_e Q\frac{a-b}{ab} < 0$$

rimligt!

Vi vill dock inte ha negativa C:n. Opraktiskt

Låt ΔV vara lika med $|V_b - V_a|$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q\,ab}{k_e Q(b-a)} = \frac{ab}{k_e(b-a)}$$

---

b) $b \to \infty \Rightarrow (b-a) \to b$

$$\Rightarrow C \to \frac{ab}{k_e b} = \frac{a}{k_e} = 4\pi\epsilon_0 \cdot a.$$

20.76

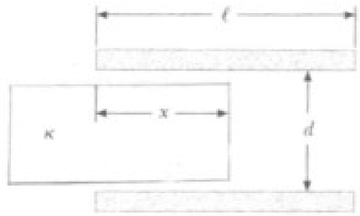
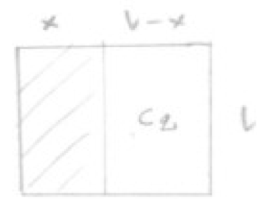


FIGURE P20.75 Problems 20.75 and 20.76.

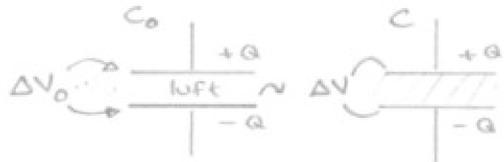
76. Two square plates of sides ℓ are placed parallel to each other with separation d as suggested in Figure P20.75. You may assume that d is much less than ℓ. The plates carry uniformly distributed static charges $+Q_0$ and $-Q_0$. A block of metal has width ℓ, length ℓ, and thickness slightly less than d. It is inserted a distance x into the space between the plates. The charges on the plates are not disturbed as the block slides in. In a static situation, a metal prevents an electric field from penetrating inside it. The metal can be thought of as a perfect dielectric, with $\kappa \to \infty$. (a) Calculate the stored energy as a function of x. (b) Find the direction and magnitude of the force that acts on the metallic block. (c) The area of the advancing front face of the block is essentially equal to ℓd. Considering the force on the block as acting on this face, find the stress (force per area) on it. (d) For comparison, express the energy density in the electric field between the capacitor plates in terms of Q_0, ℓ, d, and ϵ_0.



Plattkond.

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon_0 (l-x)\, l}{d}$$

Lösning:



dielektrikum (glas, bakelit ...)

Med ett diel. i mellanrummet skärmar E ut delvis.
Skärmingsförmågan ges av dielektricitetskonstanten K (el. ϵ_r)
Metaller har $\epsilon_r \to \infty$ dvs. E släcks ut helt.

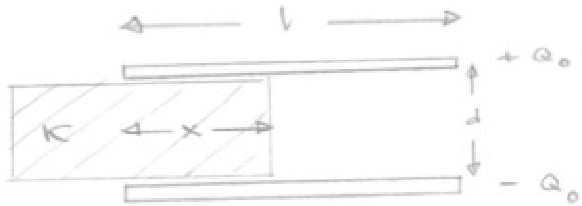
$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{K} \Rightarrow C = C_0 K$$

För en plattkondensator gäller $C_0 = \frac{\epsilon_0 A}{d} \Rightarrow C = K \frac{\epsilon_0 A}{d}$

Lagrad energi: $U = \frac{Q^2}{2C}$

Parallellkopplade kondensatorer $C_{tot} = C_1 + C_2$

$K \to \infty$



$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{l(l-x)}{l^2} = \frac{l-x}{l}$$

a) Lagrad energi

$$U_{tot} = U_{metall} + U_{luft} = 0 + \frac{Q^2}{2C_2} =$$

$$= Q_0^2 \frac{\left(\frac{l-x}{l}\right)^2}{2\epsilon_0 \frac{(l-x)\,l}{d}} = \frac{Q_0^2 (l-x)\, d}{2\epsilon_0 l^3}$$

20.76 forts.

$$F = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}\left[\frac{Q_0^2(l-x)d}{2\epsilon_0 l^3}\right] =$$

$$= +\frac{Q_0^2 d}{2\epsilon_0 l^3}$$ kraft åt hö så länge som $l - x > 0$

c) kraft per ytenhet på framkanten av metallplattan

$$\frac{F}{d \cdot l} = \frac{Q_0^2}{2\epsilon_0 l^4}$$

d) energitäthet mellan plattorna

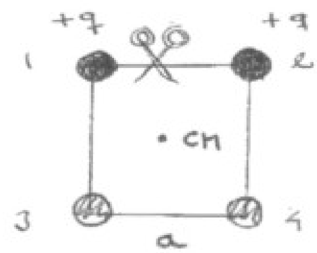
$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0\left(\frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0\left(\frac{Q_0}{\epsilon_0 l^2}\right)^2 =$$

$$= \frac{Q_0^2}{2\epsilon_0 l^4} = \frac{U}{(l-x)\cdot l \cdot d}$$

20.68

Fyra bollar, vardera med massan m, är förbundna med fyra icke ledande snören såsom visas i figuren. Hela anordningen placeras på ett horisontellt icke-ledande friktionsfritt bord. Bollarna 1 och 2 har vardera laddningen +q och bollarna 3 och 4 är oladdade. Bestäm den maximala farten hos boll 3 och 4 efter det att man har klippt av snöret mellan bollarna 1 och 2.

Lösning:



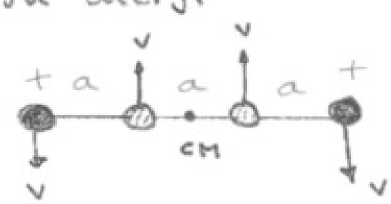
i) Mekaniska energin bevaras

ii) Tyngdpunkten rör sig inte.

i) ty endast konservativa krafter närvarande

ii) ty inga yttre krafter.

Maximal kinetisk energi



Ursprunglig potentiell energi : $q \cdot V_0 = k_e \frac{q^2}{a}$

Pot. energi när rörelseenergin är maximal : $k_e \frac{q^2}{3a}$

$$\therefore \quad k_e \frac{q^2}{a} = k_e \frac{q^2}{3a} + \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} mv^2$$

$$\Rightarrow \frac{2k_e q^2}{3a} = 2mv^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{k_e q^2}{3am}}$$

22.40

Magnetfältet på avståndet 40,0 cm från en lång, rak ledare som genomflyts av strömmen 2,00 A är 1,00 mikrotesla.

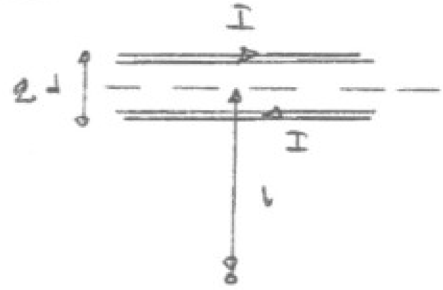
a. På vilket avstånd är magnetfältets styrka ~~1,00~~ 0,100 mikrotesla.
b. Vid ett visst tillfälle är strömmarna i de två trådarna i en förlängningssladd vardera 2,00 A i motsatta riktningar. Hur stort är magnetfältet på avståndet 40,0 cm från en punkt mitt emellan trådarna (se figuren) om de ligger på avståndet 3,00 mm från varandra?
c. På vilket avstånd är det en tiondel av detta värde?
d. Strömmen i mitttråden av en koaxialkabel är vid viss tillfälle 2,00 A och lika stor fast motsatt riktad i höljet runt denna. Hur stort är det magnetiska fältet utanför koaxialkabeln?

Lösning:

a) $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$; $B \sim \frac{1}{r}$ $\quad$ $B \sim \frac{B}{10} \Rightarrow r \sim 10\, r$

$\therefore$ $\underline{400 \text{ cm}}$

b)



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} - \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}$$

där $r_1 = l - d$ $\quad$ $r_2 = l + d$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\frac{1}{l-d} - \frac{1}{l+d}\right] =$$

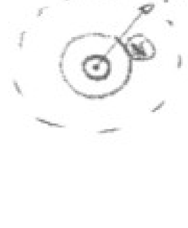
$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{(l+d)-(l-d)}{(l-d)(l+d)}\right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\,\frac{2d}{l^2-d^2} =$$

$$= \frac{4\pi\cdot10^{-7}\cdot 2,00}{2\pi}\,\frac{3,00\cdot10^{-3}}{0,40^2-(3\cdot10^{-3})^2} = \underline{\underline{7,50 \text{ nT}}}$$

c) lös ut l ur ekv. ovan

$B = 0,750$ nT då $l = 1,26$ m

d)

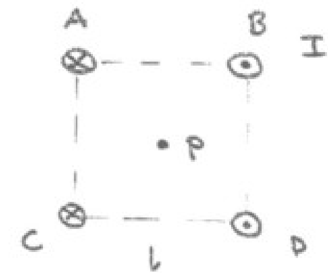


$2\pi r \cdot B = \mu_0 I_{netto} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{B = 0}}$

22.37

Fyra långa parallella ledare genomflyts vardera av strömmen I = 5,00 A. Figuren visar hur arrangemanget ser ut från sidan. Strömmarnas riktningar framgår också i denna.
Beräkna det magnetiska fältet i punkten P i mitten av kvadraten om den har kantlängden l = 0,200 m.

Lösning:



Magnetiska fältstyrkans belopp på avståndet a från en lång, rak ledare

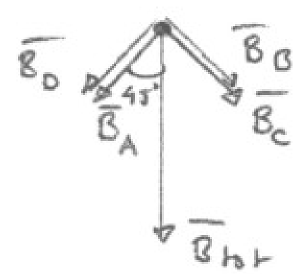
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \quad \text{där} \quad a = l\sqrt{2}/2 = l\sqrt{2}$$

Nu har vi fyra ledare som ger magnetfält i P:

$$|\bar{B}_A| = |\bar{B}_B| = |\bar{B}_C| = |\bar{B}_D| = B = \frac{\mu_0 I}{2\pi l \sqrt{2}} =$$

$$= \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5{,}00}{2\pi \cdot 0{,}200 \cdot \sqrt{2}} =$$

$$= 7{,}07 \ \mu T$$



Totalt:

$$B_{tot} = 4B \cdot \cos\theta = 4 \cdot 7{,}07 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{20{,}0 \ \mu T}}$$