

1,

Vid vilken temperatur befinner sig 1% av molekylerna i CO-gas i första exciterade vibrationstillståndet om kraftkonstanten för bindningen i CO sätts till 187 N/m. Förutsätt att resten av molekylerna är i grundtillståndet och att gasen kan betraktas som ideal. (3 p)

Lösning:

Molekylerna i CO-gas är oberoende av varandra

$$E_v = (v + \frac{1}{2}) h f_0$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{\mu}}$$

Maxwell-Boltzmanns fördelningsfunktion

$$N_i = \text{konst} \cdot e^{-E_i/kT}$$

$$\text{grundtillståndet } N_0 = \text{konst} \cdot e^{-E_0/kT}$$

1:a exc. tillst.

$$N_1 = \text{konst} \cdot e^{-E_1/kT}$$

$$\mu = \frac{12 \cdot 16}{12 + 16} \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,138 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow h f_0 = h \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{187}{1,138 \cdot 10^{-26}}} = 1,35 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 8,45 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$$

$$\frac{N_0}{N_1} = 99 = e^{-(E_0 - E_1)/kT} = e^{8,45 \cdot 10^{-2} / kT}$$

$$\Rightarrow T = \frac{8,45 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-17}}{\ln 99 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} = \underline{\underline{813 \text{ K}}}$$

2. Energiskillnaden i syre mellan de vibrationstillstånd som karakteriseras av $v = 0$ och $v = 1$ är 0,193 eV. Antag att vi har ett system som består av 100 000 syremolekyler. Bestäm hur många av dessa som befinner sig i tillstånd med $v = 0$ och hur många som befinner sig i tillstånd med $v = 1$ om temperaturen är 300 K.

Gör samma beräkning för temperaturen 400 K. Med hur många procent ökar den totala vibrationsenergin när T ökar från 300 till 400 K?

Vad får detta för konsekvenser för specifika värmets för syre i detta temperaturområde?

(4 p)



Maxwell-Boltzmanns fördeln. formel -

$$300 \text{ K} \quad \frac{N_0}{N_1} = e^{0,193/0,0259} = 1772 \approx \frac{100\,000}{58}$$

$$400 \text{ K} \quad \frac{N_0}{N_1} = e^{0,193/0,0345} = 267 \approx \frac{100\,000}{374}$$

$$300 \text{ K} : E_v = 99\,942 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,193 + 58 \cdot \frac{3}{2} \cdot 0,193 = 9661 \text{ eV}$$

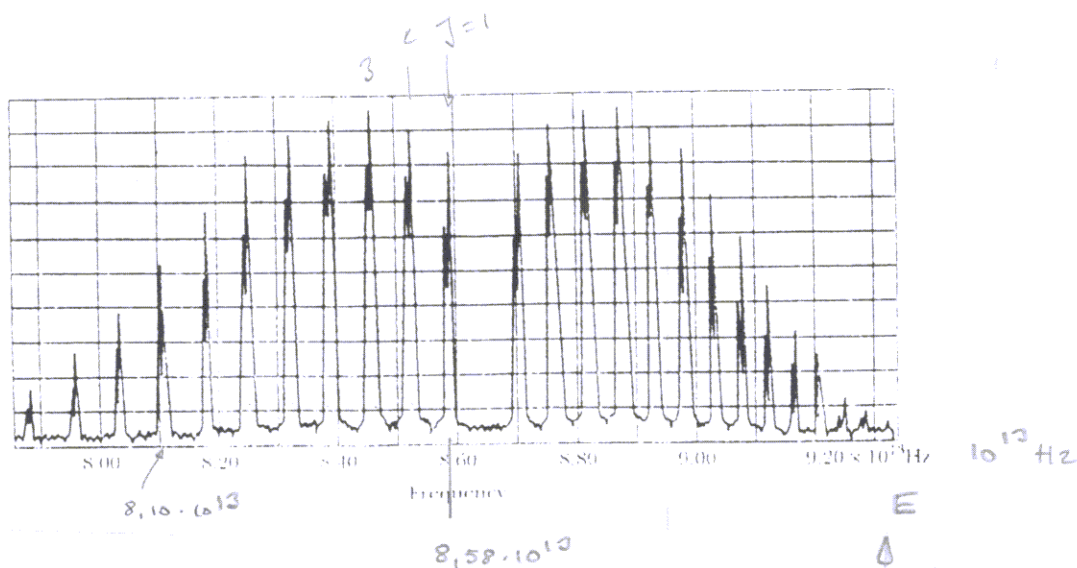
$$400 \text{ K} : E_v = 99\,626 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,193 + 374 \cdot \frac{3}{2} \cdot 0,193 = 9721 \text{ eV}$$

300 K → 400 K

Vibrationsen. ökar med 0,6 %

③

Figuren nedan visar absorptionsspektrum för HCl i gasfas. Förklara i detalj utseendet hos spektrat och redogör för vilken information man kan få fram om HCl med dess hjälp. Exemplifiera detta genom att beräkna någon intressant parameter för HCl med hjälp av figuren. (4 p)



Lösning:

P-grean $\Delta J = -1$

$$E_P = E_0 + \frac{\hbar^2}{2I} (J-1)J - \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1) =$$

$$= E_0 - \frac{\hbar^2}{I} J$$

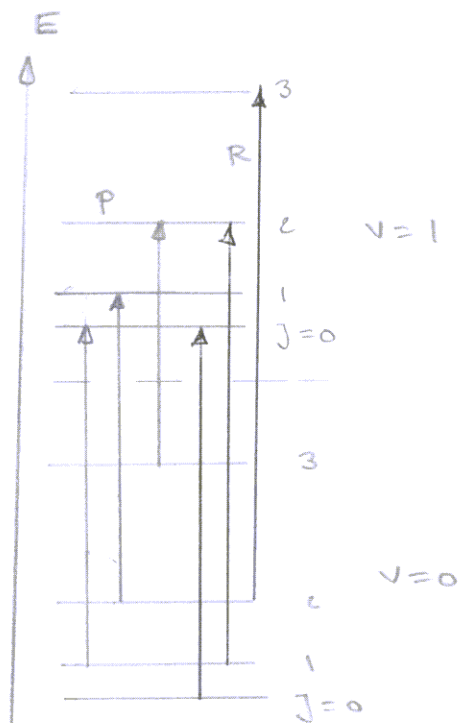
$$J = 1, 2, 3, 4, \dots$$

↑
inakt. rot. växel

R-grean

$$E_R = E_0 + \frac{\hbar^2}{2I} (J+1)(J+2) - \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1) =$$

$$= E_0 + \frac{\hbar^2}{I} (J+1) \quad J = 0, 1, 2, 3, \dots$$



Avståndet (i energi) mellan två närbelägna "taggar" ger $\frac{\hbar^2}{I}$ ex. $\frac{\hbar^2}{I} = (8.58 - 8.10) \cdot 10^{13} \cdot h$

$$\Rightarrow I = 2.45 \cdot 10^{-47} \text{ kg m}^2 = \mu R^2$$

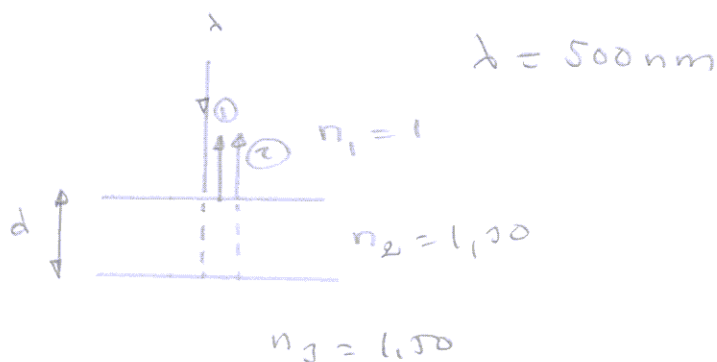
$$\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} = \frac{1 \cdot 35.5}{1 + 35.5} \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} = 1.614 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{\frac{I}{\mu}} = \sqrt{\frac{2.45 \cdot 10^{-47}}{1.614 \cdot 10^{-27}}} = 1.23 \cdot 10^{-10} \text{ m} = \underline{\underline{1.23 \text{ \AA}}}$$

25.17

A material having an index of refraction of 1.30 is used as an antireflective coating on a piece of glass ($n = 1.50$). What should be the minimum thickness of this film to minimize reflection of 500-nm light?

Lösning:



Såväl stråle ① som stråle ② har reflekterats en gång mot tätare medium

Villkor för destruktiv interferens

$$2dn_2 = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad m=0,1,2,\dots$$

minsta tjocklek då $m=0$

$$\Rightarrow d = \frac{\frac{\lambda}{2}}{2n_2} = \frac{500 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 1,30} = 96 \cdot 10^{-9} = \underline{96 \text{ nm}}$$

Total utstrålning för ① och ② är lika stor.

Vid vinkelrätt infall gäller:

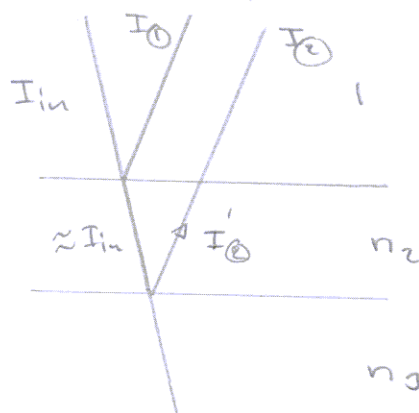
$$R = \frac{I_R}{I_{in}} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

$$I_① = I_{in} \left(\frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \right)^2$$

$$I_② \approx I_2' \approx I_{in} \left(\frac{n_3 - n_2}{n_3 + n_2} \right)^2$$

$$I_① = I_②$$

$$\Rightarrow \frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} = \frac{n_3 - n_2}{n_3 + n_2} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow (n_2 - 1)(n_3 + n_2) = (n_3 - n_2)(n_2 + 1)$$

$$\Rightarrow \cancel{n_2 n_3} + n_2^2 - n_3 - \cancel{n_2} = \cancel{n_2 n_3} + n_3 - n_2^2 - \cancel{n_2}$$

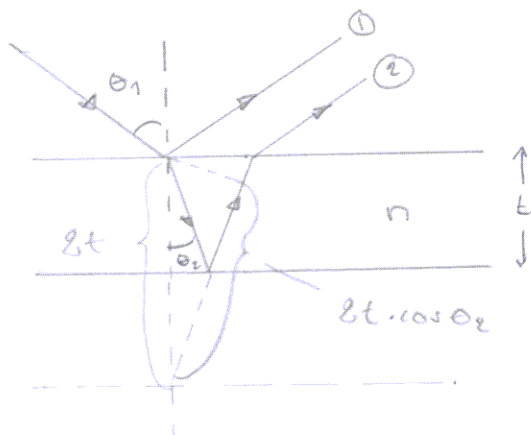
$$\Rightarrow 2n_2^2 = 2n_3 \Rightarrow \boxed{n_2 = \sqrt{n_3}}$$

$$\sqrt{1,5} = 1,22$$

27.51

The condition for constructive interference by reflection from a thin film in air as developed in Section 27.5 assumes nearly normal incidence. Show that if the light is incident on the film at a nonzero angle θ_1 (relative to the normal), the condition for constructive interference is $2nt \cos \theta_2 = (m + \frac{1}{2})\lambda$, where θ_2 is the angle of refraction.

Lösning:

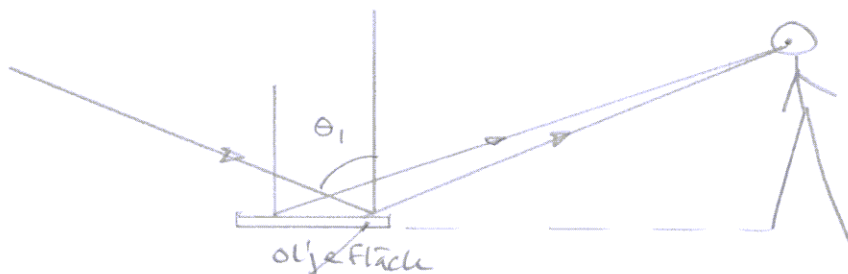


Geometrisk vägskillnad : $2t \cdot \cos \theta_2$

Optisk vägskillnad : $2nt \cdot \cos \theta_2$

Villkor för konstruktiv interferens mellan ① och ② :

$$2nt \cos \theta_2 = (m + \frac{1}{2}) \lambda$$



olika delar av oljeflätchen har "olika färger",

Nära delar : θ_1 liten $\Rightarrow \theta_2$ liten $\Rightarrow \cos \theta_2$ stor $\Rightarrow \lambda_{\text{stor}}$

Avlägsna delar : θ_1 stor $\Rightarrow \theta_2$ stor $\Rightarrow \cos \theta_2$ liten $\Rightarrow \lambda_{\text{liten}}$

27.59

A beam of bright red light of wavelength 654 nm passes through a diffraction grating. Enclosing the space beyond the grating is a large screen forming one half of a cylinder centered on the grating, with its axis parallel to the slits in the grating. Fifteen bright spots appear on the screen. Find the maximum and minimum possible values for the slit separation in the diffraction grating.

$$d \cdot \sin \theta = m \lambda$$

Lösung:

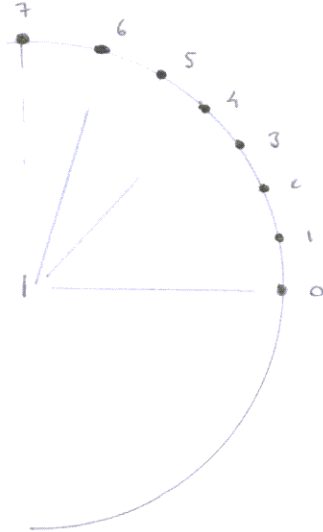
$$\lambda = 654 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Extremfall 1:

max nr. 7 exakt w'd $\theta = 90^\circ$ →

$$\Rightarrow d_1 \cdot \sin \theta_7 = 7 \cdot \lambda \Rightarrow d_1 = 7 \lambda$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{d_1 = 4,58 \cdot 10^{-6} \text{ m}}}$$

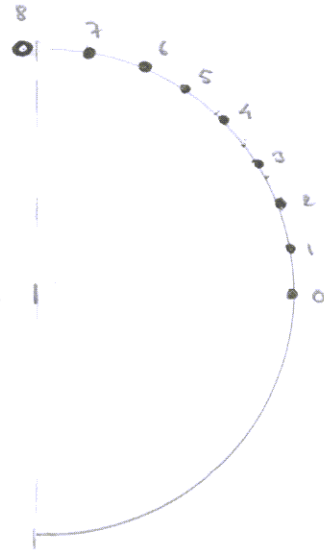


Extremfall 2:

max nr. 8 just über $\sin \theta_p \approx 1$

$$\Rightarrow d_2 \cdot \sin \theta_p = 8 \lambda \Rightarrow d_2 = 8 \lambda$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{d_2 = 5,23 \cdot 10^{-6} \text{ m}}}$$



$$d \in [4,58, 5,23] \mu\text{m}$$

27.61

Two wavelengths λ and $\lambda + \Delta\lambda$ (with $\Delta\lambda \ll \lambda$) are incident on a diffraction grating. Show that the angular separation between the spectral lines in the m th-order spectrum is

$$\Delta\theta = \frac{\Delta\lambda}{\sqrt{(d/m)^2 - \lambda^2}}$$

where d is the slit spacing and m is the order number.

Lösung:

$$d \cdot \sin\theta = m\lambda \Rightarrow \sin\theta = m \frac{\lambda}{d}$$

$$\Rightarrow d \cdot \Delta\theta \cdot \cos\theta = m \cdot \Delta\lambda$$

$$\cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta} = \sqrt{1 - m^2 \frac{\lambda^2}{d^2}}$$

$$\Rightarrow d \cdot \Delta\theta \cdot \sqrt{1 - m^2 \frac{\lambda^2}{d^2}} = m \cdot \Delta\lambda$$

$$\Rightarrow d \cdot \Delta\theta \sqrt{\frac{d^2 - m^2 \lambda^2}{d^2}} = m \cdot \Delta\lambda$$

$$\Rightarrow \Delta\theta \sqrt{d^2 - m^2 \lambda^2} = m \Delta\lambda$$

$$\Rightarrow \Delta\theta m \sqrt{\left(\frac{d}{m}\right)^2 - \lambda^2} = m \cdot \Delta\lambda$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{\Delta\lambda}{\sqrt{\left(\frac{d}{m}\right)^2 - \lambda^2}} \quad \text{v. s. v.}$$