

TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3 – FFY011

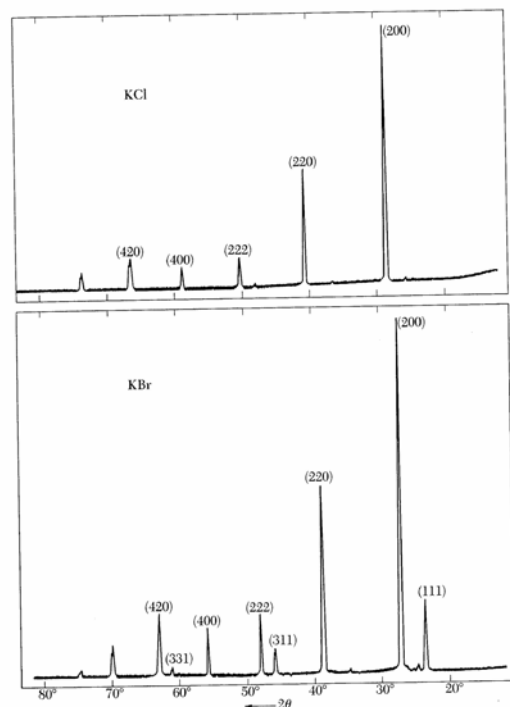
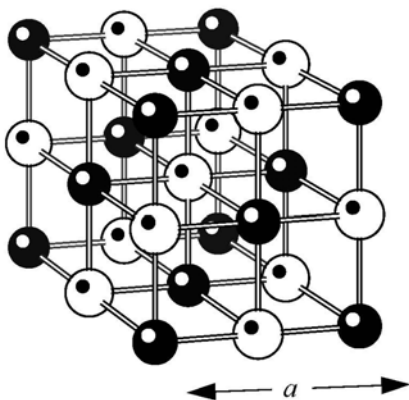
Tid: 2004-08-24 kl. 08.45-12.45

Lokal: V-salar

Hjälpmedel: Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, bifogad formelsamling, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagt värden på naturkonstanter som t ex Plancks konstant och elektronmassan.

Examinator: Mats Jonson (772 3188)

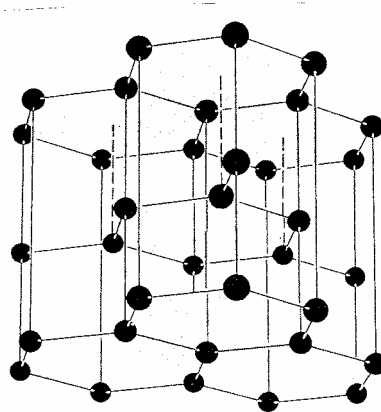
1. Diagrammen till höger visar intensiteten i röntgenstrålning reflekterad från pulver av två alkalihalider, KBr och KCl, som funktion av dubbla Braggvinkeln 2θ . Båda kristallerna har samma struktur och nästan samma gitterkonstant a , som för KBr har värdet 6,59 Å. I figuren nedan indikerar svarta bollar K^+ , vita Cl^- eller Br^- . Br^- har fler elektroner än K^+ och Cl^- , som har lika många.



(OBS att reflexerna naturligtvis INTE var indicerade när tentamen gavs)

- a) Beskriv kristallstrukturen med hjälp av gitter och bas. (1p)
- b) Vilket av diagrammen avser reflektion från KBr? (Motivering krävs!) (1p)
- c) Indicera reflexerna svarande mot $2\theta < 60^\circ$ där θ är Braggvinkeln. (1p)
- d) Vilken våglängd har röntgenstrålningen som ger upphov till reflexerna? (1p)

- 2.a) Härled dispersionsrelationen för gittervågor i en linjär kedja av ekvidistanta identiska atomer som vibrerar längs kedjan. Antag att växelverkan endast sker mellan närmaste grannar. (2p)
- b) Visa att alla möjliga vågor kan beskrivas med vågvektorer i ett $2\pi/a$ långt intervall om avståndet mellan närmelägna atomer är a . (1p)
- c) Förklara kvalitativt, med hjälp av enkelt diagram, hur dispersionsrelationen skulle ändras om varannan atom i kedjan byttes ut mot atomer med större massa? (1p)
3. I grafit är atomerna ordnade i lager med stort avstånd mellan lagren ($3,35 \text{ \AA}$) jämfört med avståndet ($1,42 \text{ \AA}$) mellan närmelägna atomer i ett lager (se figur). Betrakta ett lager grafit som en tvådimensionell kristall. Uppskatta Fermienergin genom att anta att kolatomens fyra valenselektroner bildar en tvådimensionell frielektrongas. I uppgiften ingår att härleda ett uttryck för tillståndstätheten $N(E)$ för en frielektrongas i det tvådimensionella fallet. (4p)



4. Följande frågor gäller alla metallen koppar. Koppar (Cu) har fcc struktur med gitterparametern $3,61 \text{ \AA}$.
- a) Varför är metallen röd? Ett lämpligt diagram över tillståndstäthetens energiberoende eller metallens energibandstruktur med den aktuella optiska övergången indikerad räcker som svar. (2p)
- b) Uppskatta hur ofta en kopparatom byter plats i kristallen vid 1000 K . Ställ först upp ett uttryck och uppskatta sedan värden för de parametrar som ingår i uttrycket. (2p)
5. Såväl fria, rörliga ledningselektroner som stationära joner ger ett paramagnetiskt bidrag till den magnetiska susceptibiliteten, dock med helt olika temperaturberoende. Illustrera det senare genom att dels
- a) härleda ett uttryck för elektrongasens paramagnetiska susceptibilitet (2p), dels
- b) härleda ett uttryck för den paramagnetiska susceptibiliteten för ett salt av en övergångsmetall vars joner har $S=1/2$ (2p).

Lösningsskisser. Fasta tillståndets fysik F3 2004-08-24

1.a) T.ex. fcc-gitter spänt av vektorerna $a/2(1,1,0)$, $a/2(0,1,1)$, $a/2(1,0,1)$ med en bas bestående av en K-jon i $a(0,0,0)$ och en Br- respektive Cl-jon i $(a/2)(1,1,1)$

1.b) Röntgenstrålning ger reflexer (hkl) från ett fcc-gitter där h,k,l antingen alla är udda eller alla är jämna. Betrakta nu basens strukturfaktor: $S = f_1 + f_2 \exp(-i(2\pi/a)(h,k,l) \cdot (a/2)(1,1,1)) = f_1 + f_2 \exp(-i\pi(h+k+l))$. Vi ser att för KCl där formfaktorerna för K^+ och Cl^- kan anses lika, vi får destruktiv interferens, $S=0$, då $h+k+l$ är ett udda tal. För KBr däremot, med olika formfaktorer f_1 för K^+ och f_2 för Br^- , kan basens strukturfaktor aldrig bli noll. KBr ger alltså fler reflexer, som visas i den under bilden.

1.c) KBr ger alla reflexer som svarar mot ett fcc-gitter. Från höger (små Braggvinklar) till vänster i den undre panelen: (111), (200), (220), (311), (222), (400). KCl simulerar ett sc-gitter där reflexer med $h+k+l=\text{udda}$ försvinner. Kvar blir (200), (220), (222), (400).

1.d) Braggvillkoret ger $2d_{hkl}\sin\theta=\lambda$ med $d_{hkl}=a/(h^2+k^2+l^2)^{1/2}$. Ur diagrammet fås t.ex. att $2\theta \sim 56^\circ$ för (400) vilket med $a=6,59 \text{ \AA}$ ger $\lambda \sim 2(6,59/4)\sin 28^\circ \sim 1,5 \text{ \AA}$.

3. Betrakta ett grafitplan som består av ett hexagonalt gitter med kantlängd $a=1,42 \text{ \AA}$. Arealen per atom i planet är $(3\sqrt{3}/4)a^2$, vilket med 4 elektroner per atom ger elektrontätheten $N_e/A=(16/3\sqrt{3})/a^2$. Tillståndstätheten för en fri elektrongas i 2D är oberoende av energin, $N(E)=N/A4\pi m_e/h^2$. Ur uttrycket $N_e=NE_F$ kan vi då lösa ut $E_F=36,6 \text{ eV}$.

4.b) Mekanismen är självdiffusion där en atom hoppar till en vakant grannplats. Frekvensen f av platsbyten kan uppskattas som $f=v \exp(-E_V/k_B T) \exp(-E_h/k_B T)$. Här är v en vibrationsfrekvens för atomen som kan uppskattas med hjälp av Debyefrekvensen $v_D=k_B\Theta_B/h$. För Cu ($\Theta_B=343 \text{ kelvin}$) är den ca 10^{13} s^{-1} . E_V är vakansbildningsenergin, som ingår i ett uttryck för sannolikheten att en grannplats skall vara vakant, och E_h energin som måste övervinnas för att en atom skall byta plats med denna vakans. Såväl E_V som E_h är av storleksordning 1 eV medan $T=1000 \text{ kelvin}$ motsvarar ca $0,1 \text{ eV}$. Vi får att $f \sim 10^4 \text{ s}^{-1}$.