

Facit till extrauppgifter i analytisk mekanik

XA.1. Med $R = a/2$ =halva pendelns längd, x =fjädersns längd, ϕ =pendelvinkeln:

$$x'' - \phi'' R \sin \phi - \phi'^2 R \cos \phi - g + \frac{k}{m} x = 0$$

$$\frac{4}{3} R \phi'' - x'' \sin \phi - x' \phi' \cos \phi + g \sin \phi = 0$$

För små vinklar, x och hastigheter fås 2 oberoende osc.:

$$x \text{ kring } x_0 = \frac{mg}{k}: \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\phi: \omega = \sqrt{\frac{3g}{4R}}$$

XA.2.a. $(M + m) \ddot{r} - mr\dot{\theta}^2 + g(M - m \cos \theta) = 0,$

$$r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} + g \sin \theta = 0.$$

b. $T = 2\pi \sqrt{\frac{r_0}{g}},$

dvs samma som för en matematisk pendel med längden r_0 .

XA.3. $d/dt(2\dot{\theta}(mL^2/4 + mL^2 \sin(\theta)^2 + I)) - 2mL^2\dot{\theta}^2 \sin(\theta)\cos(\theta) = FL - k(\theta - \theta_0)$

/Martin Cederwall, 24 mars 1998